N° d'Ordre : 2447

T H È S E

Présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ DE RENNES I

pour obtenir

le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES I

Mention Physique

par

Daniel Cordier

École Doctorale Sciences de la Matière

U.F.R. Structure et Propriétés de la Matière

TITRE DE LA THÈSE :

Les étoiles de type céphéide : tests pour la théorie de la structure interne stellaire

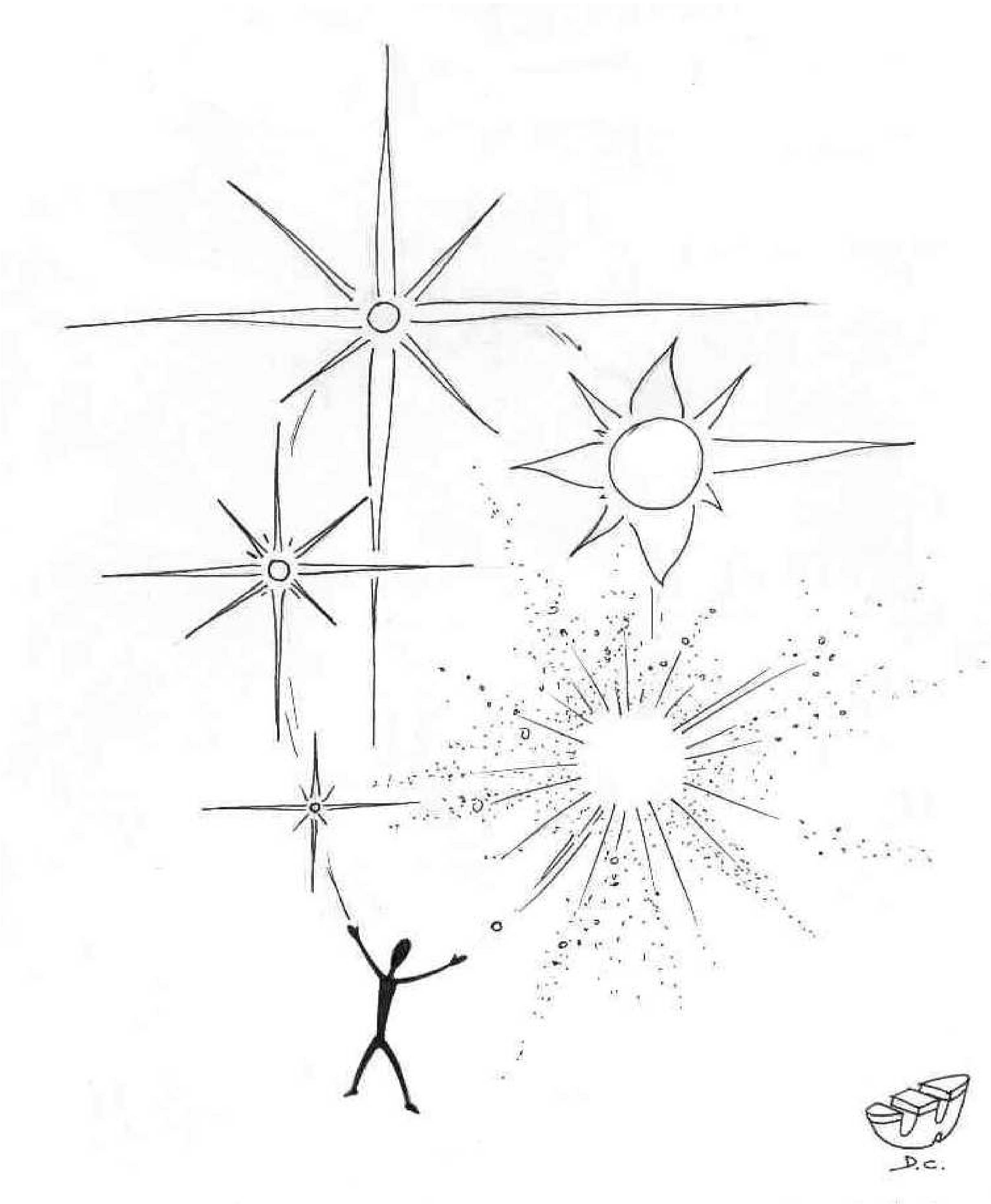
Soutenue le 21 décembre 2000 devant la Commission d'Examen

COMPOSITION DU JURY :

Mr	D. Gibert	Président
Mr	G. Meynet	Rapporteur
Mr	M. Crézé	Rapporteur
Melle	M.-J. Goupil	Examinateur
Mme	Y. Lebreton	Co-directeur de Thèse
Mr	H. Patin	Examinateur
Mme	A. Baglin	Directeur de Thèse

à Gaëlle, Hippolyte et Léopold.

Puisque ces merveilles nous dépassent,
feignons d'en être les organisateurs.
- Jean Cocteau



Le but peut-être ne justifie rien,
mais l'action délivre de la mort.
- Antoine de Saint-Exupéry in « Vol de nuit », p. 164.

Remerciements

Les remerciements sont un exercice de style difficile aussi bien dans la forme que sur le fond. Personne ne doit être froissé ou pire : oublié. Je propose donc au lecteur cette tentative bien imparfaite mais sincère.

Ce travail a été l'occasion pour moi d'approfondir mes connaissances dans un domaine de la physique et d'acquérir les démarches propres à la recherche. Au-delà de l'aspect purement scientifique, cette thèse a été une expérience humaine extrêmement enrichissante dont je suis redevable auprès de nombreuses personnes.

Je tiens en premier lieu à adresser mes plus sincères remerciements à Yveline Lebreton qui m'a ouvert les portes de l'astrophysique. Sans Yveline rien n'eut été possible, elle a su au cours de ces longues années guider mes pas -au début hésitants- avec beaucoup de gentillesse, de mansuétude et de patience.

A Yveline j'associe très étroitement MarieJo Goupil : Grande Dame des étoiles pulsantes et plus particulièrement des céphéides. Je dois à MarieJo un encadrement aussi énergique que de grande qualité. MarieJo a été dure mais juste ... qu'elle en soit remerciée.

Je remercie également Annie Baglin qui a été ma directrice de thèse et Dominique Gibert qui été mon « correspondant local » à l'Université de Rennes.

J'adresse de chaleureux remerciements à Monsieur le Comte Jean-Philippe Beaulieu -gentleman astronomer- avec qui il a été toujours très agréable de travailler. Je le félicite pour son inimitable sens de la vie, sans Jean-Philippe je n'aurais probablement pas découvert l'Amérique du Sud et bien d'autres choses ...

Ma reconnaissance va également à Thibault Lejeune, auteur de la bibliothèque d'atmosphères stellaires « BaSeL », outil indispensable faisant la charnière entre mes résultats théoriques et les données observationnelles. Thibault a eu de plus la gentillesse de bien vouloir venir installer sa bibliothèque au fin fond de notre Bretagne.

J'adresse mes remerciements à Pierre Morel l'auteur de CESAM, outil central de mon travail. Pierre a toujours répondu avec gentillesse et patience à mes questions. J'ajouterais que la façon de programmer de Pierre est pour moi un modèle d'élégance et de clarté.

En ce qui concerne le calcul des pulsations, Robert Buchler a bien voulu me communiquer son code qui a été indispensable à mon travail. Je l'en remercie très vivement.

Je suis également reconnaissant envers le groupe EROS et en particulier Jim Rich pour mes missions a l'Observatoire Européen Austral au Chili.

Je remercie Monique Michel et Jacqueline Pluet pour les questions administratives pour lesquelles elles ont toujours montré disponibilité et gentillesse.

Je remercie également l'Ecole Nationale Supérieure de Chimie de Rennes pour les très bonnes conditions de travail dont je bénéficie et mes collègues Chrystel, Annie, François et Philippe qui subissent quotidiennement mes plaisanteries aussi répétitives qu'hasardeuses.

Encore quelques mots pour adresser mes remerciements à tous les acteurs de l'informatique libre au travers du Monde, et particulièrement au groupe de développeurs des projets `GNU/Linux`. Mon travail aurait sans doute été impossible sans leurs logiciels [1].

1. Je remercie également mes machines préférées « pc-cpi2.rech.ensc-rennes.fr » et « k11.rennes.fr » pour avoir tenu le choc ...

Table des matières

Note destinée au lecteur non-astronome xiii

Avertissement xv

Introduction xvii

1 Intérêt des étoiles . . . xvii

2 Les étoiles céphéides : de Piggot et Goodricke à OGLE . . . xviii

3 La modélisation des céphéides . . . xix

4 Organisation de cette thèse . . . xxi

Partie I Structure et évolution des étoiles de masses intermédiaires de la ZAMS aux céphéides. 1

Chapitre 1 Introduction. 3

Chapitre 2 Éléments de théorie pour la structure interne et l'évolution stellaire 5

2.1 Les équations . . . 5

2.1.1 Équations fondamentales . . . 5

2.1.2 Équations descriptives . . . 8

2.1.3 Les approximations . . . 11

2.2 Les conditions aux limites . . . 18

2.2.1 Conditions spatiales . . . 18

2.2.2 Conditions temporelles . . . 19

2.3 Équations et conditions aux limites : récapitulatif . . . 20

Chapitre 3 Code, méthode numérique et physique standard. **21**
3.1 CESAM : le code. 21
3.2 Méthode numérique 23
3.2.1 Choix du jeu de variables 23
3.2.2 Méthode de Henyey 23
3.2.3 Schéma du processus itératif, existence des solutions 25
3.3 La physique « standard » de CESAM 25
3.3.1 Equation d'état 26
3.3.2 Atmosphère 27
3.3.3 Représentation de la convection 28

Chapitre 4 Développements personnels du code de structure interne **29**
4.1 Introduction 29
4.2 Les taux de production d'énergie nucléaire 30
4.3 Calcul de la composition chimique initiale 32
4.3.1 Introduction - définitions 32
4.3.2 Choix de Y_0 et Z_0 32
4.3.3 Abondances des éléments lourds 34
4.3.4 Rapports isotopiques 35
4.4 Opacités 35
4.4.1 Tables d'opacité à haute température et faible métallicité ($Z <$ 0,10) 36
4.4.2 Tables d'opacités pour les basses températures ($\leq$ 6000 K) . . . 36
4.4.3 Opacités conductives 36
4.4.4 Tables d'opacités pour la fusion de He 37
4.5 La perte de masse 37
4.6 Gestion du pas de temps 39
4.7 Le critère de Roxburgh 39

Chapitre 5 Évolution stellaire de la ZAMS à l'épuisement de l'hélium au centre **41**

Chapitre 6 A propos de l'extension des boucles bleues. **47**
6.1 Appréhension de l'extension des boucles bleues 47
6.1.1 Approche phénomènologique 47

6.1.2 Ce qu'en disent d'autres auteurs 51
6.1.3 Une approche plus « physique » 53

Chapitre 7 Singularité de l'extension de la boucle bleue à basse métallicité 57
7.1 Introduction 57
7.2 Réflexion sur le rôle de κ et ϵ 60
7.3 L'opacité 62
7.4 Les taux de production de l'énergie nucléaire 66
7.5 Vers une solution 68
7.6 Conclusion 73

Chapitre 8 Apparition de « boucles bleues multiples » 75
8.1 Introduction 75
8.2 Rôle de la combustion de l'hélium. 76
8.3 Origine de l'accroissement de Y_c lors de la boucle bleue 77
8.4 Incertitudes liées aux « boucles bleues multiples ». 80
8.5 Conclusion 80

Partie II Vers une dépendance de l'overshooting en fonction de la métallicité ? 81

Chapitre 1 Taille du coeur convectif par critère de Roxburgh : article 1 (soumis).

Partie III Synthèse de la population de céphéides du SMC 97

Chapitre 1 Les céphéides du SMC : boucles bleues et relation masse-luminosité : article 2 (en préparation)

Partie IV Les céphéides galactiques 111

Chapitre 1 Modélisation de Y Carinae : article 3 (en préparation) 113

Conclusions et perspectives 121

Annexe A Communication au colloque IAU 176 125

A.1 Résumé 125

A.2 Texte paru dans les « Proceedings » du colloque 126

Annexe B Construction pratique d'un modèle de céphéide avec CESAM 129

B.1 Problèmes rencontrés, solutions. 129

B.2 Gestion typique d'une évolution depuis la ZAMS jusqu'à $Y_c \approx 0$ 132

B.3 Fabrication d'une séquence principale d'hélium 133

B.4 Listes des modifications apportées au code original 134

B.5 Données informatiques 134

B.5.1 Machines 135

B.5.2 Ressources nécessaires 135

Annexe C Notations et acronymes 137

C.1 Notations. 137

C.2 Acronymes. 137

Annexe D Autres activités 139

D.1 Participation aux observations du projet EROS 139

D.2 Installation d'un serveur *BaSel* 141

Table des figures 143

Bibliographie 149

Note destinée au lecteur non-astronome

Au lecteur peu coutumier du langage propre à l'astrophysique je propose quelques précisions indispensables à la lecture de ce travail.

Lorsqu'on s'intéresse aux étoiles l'unité de masse n'est pas celle du système M.K.S.A. mais la « masse solaire » notée $\mathcal{M}_\odot$ et valant 2×10^{30} kg, ce qui représente 99,867 % de la masse du Système Solaire et $3{,}3 \times 10^5$ fois la masse de la Terre. Les étoiles ont des masses situées entre $\sim 0.08\ \mathcal{M}_\odot$ (à titre de comparaison la masse de Jupiter vaut $9{,}5 \times 10^{-4}\ \mathcal{M}_\odot$) et $\sim 100\ \mathcal{M}_\odot$ limite dite de Eddington au-delà de laquelle la gravité en surface n'est plus assez forte pour retenir la matière.

La luminosité d'une étoile est l'énergie emportée par les photons émis à sa surface, ceci par unité de temps (unité S.I. : watt). Usuellement la luminosité est exprimée en unités solaires : $\mathcal{L}_\odot = 3{,}8 \times 10^{26}$ W, puissance équivalente à celle produite par $\sim 10^{17}$ centrales nucléaires.

La magnitude est, en simplifiant, le logarithme du flux d'énergie arrivant sur Terre. Suivant la nature du filtre utilisé devant le détecteur, on parlera de magnitude U (ultraviolet), B (bleu), V (visible), R (rouge), I (infrarouge), ...

Le spectre d'émission d'une étoile est très grossièrement celui d'un corps noir porté à une température -dite effective- T_{eff}. Observationnellement on ne mesure pas directement T_{eff}, mais les magnitudes U, B, ... Les bandes passantes des filtres étant plus petites que la largeur du spectre complet, les différences de magnitudes (B-V), (V-I), ... donnent une indication sur la valeur de T_{eff}, on parlera alors d'indice de couleur ou simplement de couleur.

Au début du vingtième siècle le danois Hertzsprung et l'américain Russell eurent indépendamment l'un de l'autre l'idée de tracer, pour un échantillon d'étoiles, le nuage de points représentant les couples couleur-magnitude. Ils s'aperçurent de la non-uniformité de la distribution, caractéristique qui sera expliquée par la théorie de l'évolution stellaire. On parlera donc de diagramme couleur-magnitude ou de diagramme de Hertzsprung-Russell (diagramme H.R. en abrégé). Ce dernier terme étant plutôt réservé de nos jours au tracés théoriques ($\log T_{\mathrm{eff}}$, $\log \mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$). Le diagramme HR joue un rôle essentiel en physique stellaire en étant une des principales possibilités de confrontation observations-théorie. La Fig. 1 présente un exemple de diagramme couleur-magnitude pour un échantillon d'étoiles du Petit Nuage de Magellan et un trajet évolutif issu de mon travail. Le Petit Nuage de

Magellan est une petite galaxie (ensemble d'étoiles liées par la gravité : plusieurs milliards d'objets pour fixer les idées) satellite de notre « Voie Lactée ».

J'espère que cette note aura quelque utilité, au lecteur suffisamment averti pour l'avoir trouvée simpliste, je demande de m'excuser. Dans tous les cas : bon courage.

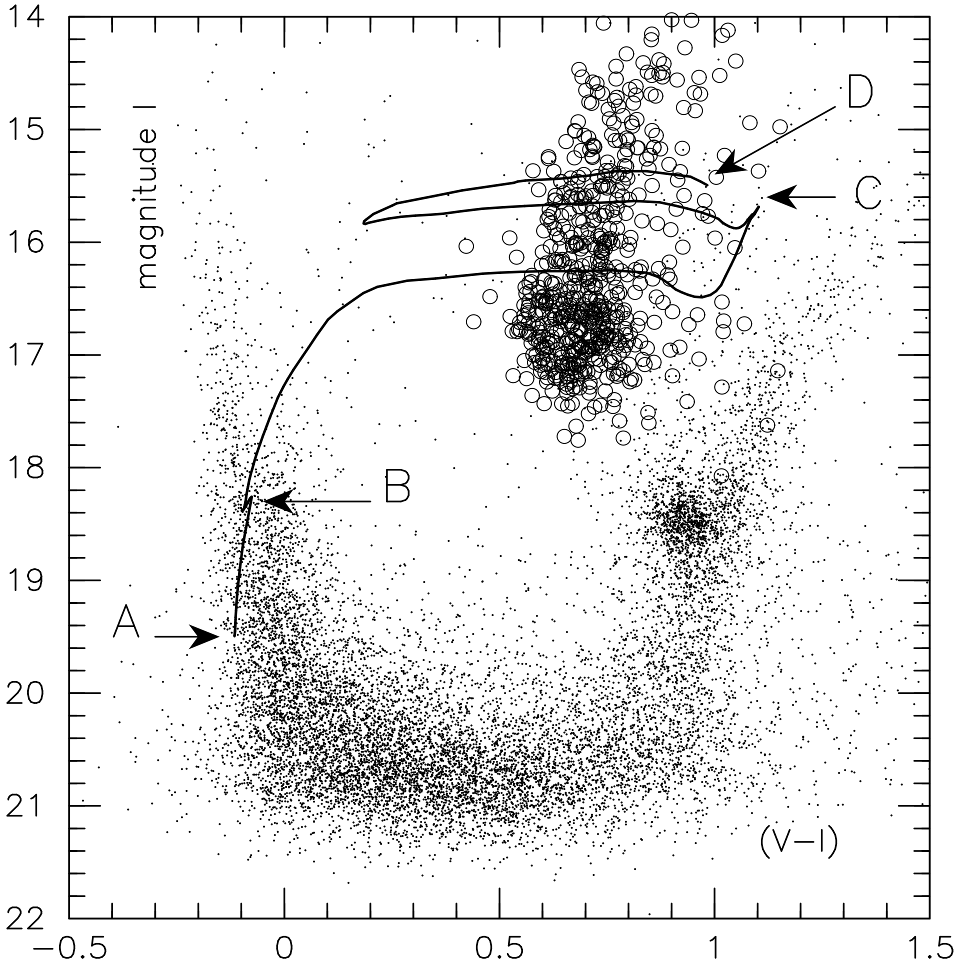


FIG. 1 – *Exemple d'un diagramme de Hertzsprung-Russell en ordonnée on a la magnitude I, en abscisse l'indice de couleur (V-I). Les points sont les points représentatifs d'un échantillon d'étoiles du Petit Nuage de Magellan. Les petits cercles correspondent aux étoiles « céphéides » du Nuage en question, étudiées dans cette thèse. La ligne est un « trajet évolutif » (4 $\mathcal{M}_\odot$) : c'est un résultat théorique, chaque point de cette ligne correspond à un instant donné de la « vie » de l'étoile. Celle-ci « naît » en A et l'hélium est épuisé en son centre lorsqu'elle atteint D. La portion AB est la séquence principale, l'étoile y brûle son hydrogène au centre. La partie CD est ce qu'on appelle « boucle bleue », elle traverse la région où se trouvent les céphéides.*

Avertissement

N'étant pas partisan d'une francisation à outrance, j'ai conservé dans mon texte les termes anglais d'usage courant en astrophysique. Ainsi on lira : SMC (Small Magellanic Cloud) au lieu d'un étrange « PNM » pour le Petit Nuage de Magellan, « ZAMS » (Zero Age Main Sequence) au lieu de « SPAZ », « MLT » (Mixing Length Theory) à la place de « TLM ». Le surcroît d'extension du coeur convectif conservera son appellation habituelle : « overshooting » ou « overshoot ». Qui comprendrait « sur-tir » ?

Pour aider le lecteur une rubrique « Notations et acronymes » se trouve en annexe.

Introduction

« Ça a débuté comme ça. »
Voyage au bout de la Nuit,
— Louis Ferdinand Céline (1932).

1 Intérêt des étoiles

Pourquoi s'intéresser aux étoiles ? Mille raisons peuvent être avancées : scientifiques, philosophiques, théologiques, poétiques, fantaisistes ... Le point de vue adopté ici est très clairement scientifique, les étoiles vont être considérées comme des systèmes satisfaisant aux lois de la Physique, admises comme étant universelles dans le temps et l'espace.

Dans de nombreux textes introductifs à la physique stellaire, les étoiles sont comparées à des laboratoires, je ne dérogerai pas complètement à cette tradition. Pour qu'il y ait laboratoire il faut qu'il y ait des expériences, or en astrophysique il n'y a jamais d'expériences au sens strict. On ne peut pas couper en deux une étoile ou une galaxie, on ne peut pas l'écraser, l'étirer ou lui faire subir une cryogénisation ... A contrario, dans un laboratoire le physicien peut faire varier les contraintes imposées aux sujets de ses préoccupations et étudier le résultat, il peut faire des expériences. L'astrophysicien est privé de manipulations. Il joue au jeu suivant : les mains attachées dans le dos, il est seulement autorisé à observer son système de très loin et doit deviner ce qui se passe à l'intérieur. C'est à ce jeu qu'on jouera ici.

Heureusement la chance a fait en sorte que le ciel soit peuplé d'une très grande variété d'objets. Si on ne peut pas cryogéniser une étoile, les naines brunes sont relativement froides (quelques milliers de kelvins en surface). De même si on ne peut pas étirer ou couper en deux une étoile, certains systèmes binaires sont le siège de très violents arrachements de matière (pour une introduction à la mécanique des systèmes binaires serrés on pourra consulter [Kopal, 1959]). Enfin, dans les intérieurs stellaires règnent des conditions inaccessibles ou difficilement réalisables au laboratoire comme des températures entre 10 et 100 MK et des masses volumiques de l'ordre de 10^7 kg.m^{-3}. Chacun connaît l'exemple des Tokamaks au sein desquels, depuis une cinquantaine d'années, on cherche à reproduire les conditions de température régnant dans le cœur d'une étoile, ceci sans y parvenir vraiment (*cf.* [Chatelier and Paméla, 1997]).

Si étudier les étoiles est un jeu, c'est aussi une science fondamentale, donc une activité où la question d'applications directes est absente. On rappellera cependant que l'hélium a été pour la première fois mis en évidence lors d'observations du Soleil[2]. Cet élément chimique trouve aujourd'hui de nombreuses applications : production de très basses températures, aérostation, plongée sous-marine, étude de la super-fluidité[3] ...

Comme on le voit, la question « Pourquoi s'intéresser aux étoiles ? » trouve de nombreuses réponses en physique, mais s'intéresser aux étoiles c'est aussi essayer de satisfaire une curiosité, chercher à comprendre un infime fragment de ce que la Nature nous propose.

2 Les étoiles céphéides : de Piggot et Goodricke à OGLE

Dans cette thèse on s'est intéressé à un type particulier d'étoiles : les céphéides. La première d'entre elles : δ *Cephei*, fut découverte par deux jeunes anglais : Edward Piggot et John Goodricke. L'étoile attira leur attention du fait de ses variations d'éclats régulières dans le temps.

Les céphéides ont une luminosité variant périodiquement. Ces variations vérifient une relation du type :

$$\log \mathcal{L} = a \times \log P + b \tag{1}$$

où P est la période[4] des variations de la luminosité $\mathcal{L}$, a et b sont des constantes. Cette propriété, découverte par l'astronome américaine Henrietta Leavitt en 1911, fait des céphéides des indicateurs de distance indispensables à la cosmologie. En effet, si on note Φ le flux de photons reçu sur Terre de la part d'une céphéide située à une distance d, on a : $\Phi \propto \mathcal{L}/d^2$. Connaissant la relation (1) et P, une mesure de Φ par un détecteur permet de déduire la valeur de d. Cette méthode de détermination des distances est utilisée jusqu'à environ 25 Mpc[5] (*cf.* . *La Recherche* hors série N. 1, avril 1998).

Historiquement, en 1924 Edwin Hubble observe des céphéides dans ce qui est alors appelé la « Nébuleuse d'Andromède ». Utilisant la relation période-luminosité préalablement calibrée par Harlow Shapley en 1916, Hubble montre la nature extragalactique de la Nébuleuse, il ouvre ainsi la voie à l'étude des « galaxies ».

Au cours du 20ème siècle, avec l'amélioration constante des performances des instruments d'observation, un grand nombre de céphéides ont été découvertes et étudiées. Il existe de nombreux catalogues d'étoiles variables, en ce qui concerne les céphéides le lecteur pourra par exemple consulter la base de données de J.D. Fernie. Elle est accessible à l'URL : `http://ddo.astro.utoronto.ca/ddohome/` et comporte plus de 500 céphéides

2. En 1868 lors d'une éclipse de Soleil, Janssen constata la présence d'une raie située entre les raies D_1 et D_2 du sodium, elle fût attribuée à un nouvel élément : l'hélium.
3. David M. Lee, Douglas C. Osheroff et Robert Richardson ont obtenu le Prix Nobel de Physique en 1996 pour leur découverte de la superfluidité de ^{3}He (*cf. La Recherche* N. 292)
4. l'intervalle des valeurs pour les périodes des céphéides s'étale de environ 1 jour à environ 100 jours
5. 1 Mpc : méga-parsec, 1 parsec $\sim$ 3,26 années lumières

galactiques.

Les années 90 ont vu le déploiement de programmes d'observation systématique et massive dédiée à la recherche d'évènements « microlentille gravitationnelle ». Ces expériences emploient des algorithmes détectant les variations temporelles de luminosité, elles ont ainsi permis la découverte de nombreuses étoiles variables dont beaucoup de céphéides. On peut citer les principaux projets consacrés aux lentilles gravitationelles : les expériences EROS[6] (française), MACHO[7] et OGLE[8]. Cette dernière -dont j'ai utilisé les résultats- propose un catalogue ([Udalski *et al.*, 1999]) où on trouve plusieurs milliers de céphéides (2049) dans le Petit Nuage de Magellan. A titre de comparaison [Payne and Gaposchkin, 1974] en signalaient seulement un millier (1115). Sachant que le catalogue d'OGLE a une complétude estimée à 92 %, on saluera l'estimation de [van Genderen, 1969] qui prédisait environ 2000 céphéides dans le Petit Nuage de Magellan.

Ce récent afflux de données a ravivé l'étude des céphéides comme sujet propre. En effet, pour un programme donné (OGLE, EROS, ...) les données sont très homogènes : elles sont issues du même détecteur et ont été traitées selon un procédé uniforme. Les étoiles découvertes appartiennent toutes aux Nuages de Magellan, pour chacun de ceux-ci la dispersion en distance des objets est très faible. Cette propriété facilite l'étude des populations de céphéides en supprimant une inconnue. Les compositions chimiques des Nuages sont différentes de celle de notre Galaxie, ce qui renforce l'intérêt des céphéides magellaniques. Les expériences de microlentilles ont également découvert dans les Nuages des étoiles plus rares dans la Voie Lactée : céphéides « double-mode » ou oscillant sur un autre mode que le fondamental.

3 La modélisation des céphéides

Si on a répondu à la question de l'intérêt de l'étude des étoiles en général, on peut particulariser en envisageant le cas des céphéides. Pour la plupart des étoiles le nombre d'observables -donc de contraintes observationnelles- est assez faible. Le plus souvent, après les corrections nécessaires, on dispose uniquement d'une magnitude (absolue ou apparente) et d'une indication sur la couleur. Les céphéides sont des étoiles variables intrinsèques, leur variabilité est créée par un processus interne : le « mécanisme κ ». Les céphéides fournissent donc au moins une observable supplémentaire par rapport à une étoile quelconque : sa période.

Physiquement, une céphéide est un oscillateur, très grossièrement similaire à un ensemble de ressorts liés les uns aux autres. Elles est donc susceptible d'osciller suivant plusieurs modes, seuls les modes de plus bas degrés ont été observés jusqu'à présent. Les futurs expériences spatiales COROT et EDDINGTON réservent peut être des surprises

6. Expérience de Recherche d'Objets Sombres
7. MAssive Compact Halo Objects
8. Optical Gravitational Lensing Experiment

dans ce domaine.

Pour des objets oscillants sur des modes autres que le fondamental, l'astronome utilise le terme « d'overtone » qui est à ne pas confondre avec un harmonique.

En plus de leur implication dans la détermination des grandes distances, les céphéides proposent à l'astronome un jeu supplémentaire d'observables (périodes, rapports de périodes, courbes de lumière, ...) en comparaison des étoiles ordinaires. Ces contraintes sur les modèles théoriques sont autant de moyens de diagnostic pour l'étude de la structure stellaire.

Au début des années soixante, l'apparition des ordinateurs a rendu possible la réalisation de modèles théoriques pour les étoiles. Ces modèles proviennent de la résolution numérique des équations différentielles qui gouvernent la structure des étoiles. On peut faire la distinction entre deux types de travaux : ceux étudiant la structure interne et l'évolution stellaire d'une part, les calculs rendant compte des propriétés de variabilité de certaines étoiles (les céphéides par exemple) d'autre part.

Cette thèse met en oeuvre essentiellement des calculs entrant dans la première catégorie. On peut cependant apporter quelques précisions au sujet de la deuxième catégorie. Lorsqu'on veut modéliser la variabilité d'une étoile et reproduire sa courbe de lumière on utilise un programme dit « hydrodynamique » où le terme d'accélération est pris en compte dans la relation fondamentale de la dynamique. Ce type de code est délicat à mettre en œuvre et gourmand en temps de calcul (une revue peut être trouvée dans [Buchler, 1990]). Si on désire uniquement obtenir les valeurs des périodes on linéarise les équations : chaque grandeur physique est supposé avoir de petites variations autour d'une valeur moyenne constante dans le temps. On parle alors de « code linéaire ». Qu'il soit « hydrodynamique » ou « linéaire », le programme modélise uniquement l'enveloppe de l'étoile, *i.e.* les régions plus externes que le « cœur » où se tiennent les processus nucléaires. Ces programmes ont donc besoin -comme condition limite interne- d'une luminosité. Celle-ci est en général fourni par les calculs d'évolutions stellaires.

Dès le début des travaux de simulation, théorie et observations sont apparu en désaccord. [Christy, 1966], [Stobie, 1969a], [Stobie, 1969b] et [Stobie, 1969c] ont modélisé la forme des courbes de lumière des céphéides classiques par une méthode de simulations hydrodynamiques. Ce genre de travail conduit notamment à estimer les masses des céphéides.

La théorie de l'évolution stellaire donne une relation masse-luminosité pour les céphéides. La méthode de Baade-Wesselink ([Baade, 1926], [Wesselink, 1946], [Wesselink, 1947] et [Cox, 1980]) permet d'atteindre empiriquement la valeur du rayon. A couleur connue la relation : $\mathcal{L} = 4\pi\mathcal{R}^2\sigma T_{\text{eff}}^4$ donne donc la luminosité et, via le résultat des calculs d'évolution on a une masse.

Malheureusement les masses[9] obtenues par les deux méthodes différent d'un facteur 2 : les masses issues des calculs d'évolutions étant plus importantes.

Dans un article de [Petersen, 1973] une nouvelle méthode est proposée : pour les céphéides à double mode (« beat cepheids », *i.e.* oscillant sur deux modes d'oscillation). Cette méthode consiste à reproduire théoriquement les rapports de période entre les différents modes. Là aussi les résultats obtenus et la théorie de l'évolution stellaire sont en désaccord.

Plus tard [Simon, 1982] suggéra que l'erreur provenait des opacités de [Cox and Tabor, 1976]. Le résultat fût confirmé par [Andreasen, 1988] et [Petersen, 1990]. Les nouvelles opacités OPAL ([Iglesias and Rogers, 1991]) furent utilisées par [Moskalik *et al.*, 1992] pour recalculer des séquences de modèles de céphéides de masses entre 5 $\mathcal{M}_{\odot}$ et 8 $\mathcal{M}_{\odot}$ (en accord avec les estimations de la théorie de l'évolution) pour des compositions chimiques typiques de la galaxie : les courbes de lumières observées ont été reproduites pour la plage 4 - 20 jours.

Le désaccord entre théories de l'évolution et des oscillations demeure pour les étoiles ayant la composition chimique du Petit Nuage de Magellan ([Buchler *et al.*, 1996]. On cherchera dans ce travail à résoudre ce problème.

Du strict point de vue de la théorie de l'évolution, il y avait également une grande difficulté à reproduire les couleurs des céphéides : pour les valeurs de masses les plus basses les trajets évolutifs ne traversaient pas la « bande d'instabilité » (lieu du diagramme H.-R. où se situent les étoiles observées). Ce problème peut être constaté dans [Evans *et al.*, 1998] (leur Fig. 3) où aucune des positions des céphéides galactiques observées n'est reproduite par les trajets évolutifs calculés par [Bertelli *et al.*, 1994]. Plus grave : parmi les objets en question se trouve une céphéide double mode : Y Car, pour laquelle non seulement la couleur n'est pas reproduite, mais aussi la masse (*cf.* Fig. 5 de [Evans *et al.*, 1998]).

La base de données OGLE déjà citée fournit plusieurs milliers de céphéides vers le SMC. Là aussi avec cette fois une contrainte statistique très forte la partie la moins lumineuse de la bande d'instabilité n'est pas reproduite. Les « boucles bleues » des trajets évolutifs sont trop courtes.

4 Organisation de cette thèse

Dans une première partie je proposerai au lecteur quelques éléments concernant la théorie de la structure interne stellaire. Ces rappels seront suivis d'une description générale des méthodes numériques et de la physique « standard » utilisée. Je montrerai ensuite comment appréhender l'extension des « boucles bleues », lieu des trajets évolutifs où on

9. les masses des céphéides appartiennent à la gamme $\sim 3\ \mathcal{M}_{\odot}$ - $\sim 10\ \mathcal{M}_{\odot}$

trouve les céphéides. J'examinerai également deux singularités montrées par ces « boucles bleues ».

La recherche d'une plus grande cohérence entre les résultats des calculs d'évolutions et ceux des calculs d'oscillations m'ont amené à étudier l'éventualité d'une dépendance de la taille des cœurs convectifs stellaires vis-à-vis de la composition chimique (et plus particulièrement de la métallicité). Cela sera l'objet du premier article où l'overshooting nécessaire à la modélisation de la séquence principale du SMC sera déterminée par deux méthodes indépendantes. L'une est une méthode personnelle basée sur une comparaison de rapports de temps d'évolution et de rapports de nombres d'étoiles. La deuxième utilise le « critère de Roxburgh », argument théorique général et rarement utilisé permettant d'évaluer l'extension des cœurs convectifs.

Le comportement de l'overshooting, dégagé dans l'article 1, sera ensuite appliqué dans l'étude suivante qui concerne la population de céphéides du Petit Nuage de Magellan. Comme signalé dans la section précédente, les céphéides du SMC de la base de données OGLE ont une localisation dans le diagramme HR en contradiction avec les calculs d'évolutions utilisant une physique standard. Ce problème dont l'acuité a été renforcée par les nouvelles données est aussi ancien que les calculs d'évolutions stellaires. On cherchera à éliminer ce désaccord. Ceci en ayant le souci de produire une relation masse-luminosité compatible avec les données venant de la théorie des oscillations. Tout ceci est le sujet de l'article numéro deux.

Une dernière partie et un troisième article propose la modélisation d'une céphéide individuelle : Y Carinae. Cette dernière, grâce au HST[10] et à IUE[11], est une céphéide galactique pour laquelle on dispose du plus grand nombre de contraintes observationnelles : deux périodes (c'est une « double-mode »), une magnitude absolue, une couleur et surtout sa masse et celle de son compagnon.

En annexe, le lecteur trouvera le texte d'une communication au colloque IAU 176 et une partie technique concernant les calculs d'évolution. Je rends également compte de mes observations à l'Observatoire Européen Austral (ESO) pour le compte d'EROS et de l'installation d'un serveur informatique « *BaSeL* ».

Avant de passer à des choses scientifiques, je propose au lecteur quelques mots à propos de l'origine du terme « céphéide » qui vient de la Mythologie. L'étoile originale δ *Cephei* appartient à la constellation de Céphée, roi d'Éthiopie (aujourd'hui la Palestine), époux de Cassiopée et père d'Andromède (toutes deux également des constellations boréales). Cette dernière fut enchaînée à un rocher pour y être dévorée par un monstre marin, Cassiopée prétendant que sa fille était la plus belle des Néréides. Les anciens imaginaient-ils qu'un jour cette histoire sanglante aurait un lointain rapport avec les réactions de fusion nucléaire de l'hélium ?

10. Hubble Space Telescope
11. International Ultraviolet Explorer

Et maintenant jouons un peu ...

Première partie

Structure et évolution des étoiles de masses intermédiaires de la ZAMS aux céphéides.

1

Introduction.

Cette première partie est d'abord consacrée à la présentation des équations de la structure interne et de l'évolution stellaire. On rappellera brièvement la signification physique des différents termes en restant très qualitatif. Les approximations faites seront exposées afin de préciser le cadre théorique dans lequel on se place. Il ne s'agit pas là d'un cours de physique stellaire, pour plus de détails le lecteur est renvoyé vers les excellents ouvrages que sont : [Kippenhahn and Weigert, 1990], [Hansen and Kawaler, 1994] ou encore [Cox and Giuli, 1968]. J'ai essayé de ne pas les imiter mais de proposer une approche à partir d'équations très générales.

On s'intéressera ensuite à l'outil permettant de résoudre les équations : le code de structure interne CESAM. La physique « standard » de ce programme sera exposée. Je présenterai les développements que j'ai apportés à ce programme afin de pouvoir modéliser les stades évolutifs céphéides. Les modèles obtenus seront validés en les comparant à ceux d'une autre équipe.

Le chapitre 5 décrit les grandes lignes de l'évolution d'une étoile de masse intermédiaire entre la ZAMS [1] et la fin de la combustion de l'hélium au centre. Finalement j'expliquerai l'origine physique des boucles bleues -portion d'un trajet évolutif- où les céphéides se trouvent. J'approfondirai la question des singularités montrées par ces boucles en certaines circonstances.

1. Rappel : la « ZAMS » (Zero Age MAin Sequence) est le lieu du diagramme HR où on trouve les étoiles au moment du démarrage au centre des réactions de fusion de H, la « naissance » des étoiles.

2

Éléments de théorie pour la structure interne et l'évolution stellaire

2.1 Les équations

On s'intéresse ici à des objets « non-exotiques » : les trous noirs, étoiles à neutrons ... sont exclus de notre propos. Une étoile est une masse plus ou moins sphérique d'un mélange d'hydrogène et d'hélium en proportions[1] relatives de l'ordre de 75% et 25%. Les éléments chimiques plus lourds que l'hélium ont une abondance totale dépassant rarement quelques pourcents, ils ont cependant un rôle très important. La matière est portée à des températures de quelques milliers de degrés en surface, de plusieurs dizaines de millions de degrés dans les régions centrales. Le décor est maintenant planté, reste à écrire les équations que je classerai en deux catégories : « équations fondamentales » qui sous-tendent la structure même de l'objet et les « équations descriptives » traduisant les propriétés de la matière.

2.1.1 Équations fondamentales

La relation fondamentale de la dynamique

On considère un volume élémentaire $d\tau$ de fluide stellaire localisé aux coordonnées sphériques (r,θ,φ) à l'intérieur de l'étoile. On entend par « volume élémentaire » : un volume très petit devant la taille d'une étoile ($\mathcal{R}_\odot = 7 \times 10^5$ km) mais très grand devant celle des atomes, *e.g.* 1 km^3. La matière est ainsi représentée par un milieu continu. La relation fondamentale de la dynamique s'écrit ramenée à l'unité de volume (N.m^{-3}) :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{-\vec{\nabla} P}_{(1)} \overbrace{-\vec{\nabla}\Phi}^{(2)} \underbrace{-2\rho\vec{\Omega} \times \vec{v}}_{(3)} \overbrace{-\rho\vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}(\Omega r)^2\right)}^{(4)} \underbrace{+\vec{j} \times \vec{B}}_{(5)} \overbrace{+\eta\vec{\Delta}\vec{v} + (\zeta + \frac{\eta}{3})\vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{v})}^{(6)} \tag{2.1}$$

1. en masse

avec l'accélération (m.s^{-2}) :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{\nabla})\vec{v}$$

On reconnaît en Eq. 2.1 une équation de Navier-Stokes (en fait trois équations scalaires puisque l'écriture est vectorielle) augmentée de quelques termes. La notation est la suivante :

- ρ : masse volumique (*density* chez les anglo-saxons, kg.m^{-3})
- $\vec{v}$: vitesse du fluide en un point quelconque (m.s^{-1})
- t le temps (s)
- P la pression (Pa ou N.m^{-2})
- G la constante de gravitation universelle ($G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ kg.$^{-1}$.m^3.s^{-2})
- Φ est l'énergie potentielle gravitationnelle ramenée à l'unité de volume (J.m^{-3})
- $\vec{\Omega}$ est le vecteur rotation du référentiel (rad.s^{-1})
- $\vec{j}$ est la densité de courant en volume (flux de charge électrique par unité de temps et de surface, A.m^{-2})
- $\vec{B}$ est le champ magnétique macroscopique (tesla : T)
- η est la viscosité dynamique (kg.m^{-1}.s^{-1}) et ζ est la viscosité seconde (kg.m^{-1}.s^{-1})

La signification physique des différents termes est la suivante :

(1) $-\vec{\nabla}P$ est la résultante des forces de pression
(2) $-\vec{\nabla}\Phi$ est la force d'attraction gravitationnelle
(3) $-2\rho\vec{\Omega} \times \vec{v}$ est la force de Coriolis, $\vec{\Omega}$ est le vecteur de rotation de l'ensemble de l'étoile et pas d'un « tourbillon » de convection par exemple.
(4) $-\rho\vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}(\Omega r)^2\right)$ est la force centrifuge (*cf.* [Landau and Lifschitz, 1989] page 60)
(5) $\vec{j} \times \vec{B}$ est la force de Laplace
(6) $\eta\vec{\Delta}\vec{v} + (\zeta + \frac{\eta}{3})\vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{v})$ représente la force due à la viscosité dans le cas où η et ζ sont constants dans le fluide (*cf.* [Landau and Lifschitz, 1989] page 69)

Conservation de la matière

La conservation de la matière en fluide stellaire se traduit par une équation dite « équation de continuité » :

$$\vec{\nabla}.(\rho\vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (2.2)$$

Premier principe de la thermodynamique

Avec les variables s (entropie massique, J.K^{-1}.kg^{-1}) et V (volume massique, m^3.kg^{-1}) le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$du = Tds - PdV$$

où u est l'énergie interne par unité de masse (J.kg^{-1}), ce qui s'exprime aussi en se ramenant à l'unité de temps :

$$T\frac{ds}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + P\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{P}{\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (2.3)$$

Conservation des espèces chimiques

Pour l'espèce chimique i, la dérivée temporelle de sa fraction massique X_i (sans unité) s'écrit :

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{m_i}{\rho}\left\{\sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik}\right\} \tag{2.4}$$

avec : r_{ji} le nombre de particules de l'espèce j transformées en particules de l'espèce i par unité de volume et de temps ($m^{-3}.s^{-1}$). Les phénomènes de diffusion (*i.e.* du type de ceux décrits par une loi de Fick) ne sont pas pris en compte dans l'équation posée ici. Dans le cas général les r_{ji} peuvent rendre compte des réactions nucléaires (cœur des étoiles) et/ou de réactions chimiques (atmosphère des étoiles froides).

Théorème de Gauss pour le champ gravitationnel

Si $\overrightarrow{g}$ est le champ gravitationnel ($m.s^{-2}$ ou $N.kg^{-1}$) on a alors :

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{g} = -4\pi G\rho \tag{2.5}$$

cette équation relie $\overrightarrow{g}$ à sa source ρ et permet « en principe » d'obtenir $\overrightarrow{g}$ en un point quelconque. La relation entre l'énergie potentielle volumique de gravitation et le champ est :

$$\overrightarrow{g} = -\frac{1}{\rho}\overrightarrow{\nabla\Phi}$$

Équations de Maxwell

Ces équations vont rendre compte du couplage entre le champ électromagnétique ($\overrightarrow{E}$,$\overrightarrow{B}$) et la matière ($\overrightarrow{j}$), elles sont au nombre de quatre :

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{E} = \frac{\mu}{\epsilon_0} = 0 \tag{2.6}$$

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial\overrightarrow{B}}{\partial t} \tag{2.7}$$

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{B} = \mu_0\overrightarrow{j} \tag{2.8}$$

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{B} = 0 \tag{2.9}$$

Dans Eq. 2.6 la densité volumique de charges électriques μ ($C.m^{-3}$) a été prise égale à zéro, le plasma étant supposée électriquement neutre. Dans Eq. 2.8 le fluide a été supposé non-magnétique $\overrightarrow{B} = \mu_0\overrightarrow{H}$, le courant de déplacement $\epsilon_0\partial\overrightarrow{E}/\partial t$ et de polarisation diélectrique $\partial\overrightarrow{P}/\partial t$ ont été considérés comme négligeables devant le courant de conduction $\overrightarrow{j}$. Pour un aperçu de la magnétohydrodynamique (MHD) le lecteur pourra se reporter à l'article de l'*Encyclopædia Universalis*.

2.1.2 Équations descriptives

Taux de production d'énergie nucléaire

Le taux de production d'énergie nucléaire peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\epsilon = \frac{1}{\rho} \sum_{ij} r_{ij} \times e_{ij} \tag{2.10}$$

où ϵ est en J.s^{-1}.kg^{-1} (puissance massique), r_{ij} a été défini pour Eq. 2.4 et e_{ij} est l'énergie (J) libérée lors de la réaction nucléaire $i \to j$. On ne tient pas compte des éventuelles réactions chimiques qui ne se produisent que dans l'atmosphère des étoiles les plus froides, et qui ne sont en aucun cas la source principale d'énergie des étoiles. Quand des réactions chimiques se produisent, leur importance est dans l'allure du spectre électromagnétique et dans la valeur de l'opacité (voir plus loin sa définition).

Les r_{ij} s'écrivent en fonction de quantités plus fondamentales :

$$r_{ij} = \frac{1}{1 + \delta_{ij}} n_i n_j < \sigma \mathcal{V} >_{ij} \tag{2.11}$$

avec δ_{ij} le symbole de Kronecker, n_i et n_j les nombres de particules i et j par unité de volume (m^{-3}). $< \sigma \mathcal{V} >_{ij}$ est la valeur moyenne (calculée par rapport à l'énergie cinétique $\mathcal{E}$ des particules) du produit : section efficace de collision σ par la vitesse $\mathcal{V}$ des particules (à ne pas confondre avec la vitesse d'écoulement du fluide) pour la réaction $i \to j$.

- σ est déterminée expérimentalement ou grâce à des modèles théoriques
- $\mathcal{V}$ est fournie par une loi de distribution des vitesses des particules (Maxwell-Boltzmann par exemple)

Les données fondamentales pour le physicien stellaire sont les $< \sigma \mathcal{V} >_{ij}$ qui sont établis par des équipes spécialisées dans ce genre de travail par exemple le groupe de William Fowler [2].

Migration des espèces chimiques (diffusion)

La diffusion microscopique des différentes espèces de particules sera bien représentée par des lois de Fick (i est l'indice de l'espèce chimique i) :

$$\overrightarrow{F_i} = -D_i \overrightarrow{\nabla n_i} \tag{2.12}$$

où $\overrightarrow{F_i}$ est un vecteur « densité de courant » de l'espèce chimique i (nombre de particules traversant l'unité de surface par unité de temps m^{-2}.s^{-1}), D_i est le coefficient de diffusion de l'espèce i et n_i est le nombre de particules i par unité de volume (m^{-3}). On complète Eq. 2.12 avec la conservation de la matière en i :

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{F_i} + \frac{\partial n_i}{\partial t} = 0 \tag{2.13}$$

2. William Alfred Fowler (1911-1995), Prix Nobel en 1983 (avec S. Chandrasekhar) pour la théorie de l'évolution stellaire et la formation des éléments chimiques dans l'Univers.

Loi d'Ohm

La loi d'Ohm appliquée à un conducteur en mouvement dans un champ magnétique est :

$$\vec{j} = \gamma\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{2.14}$$

où γ est la conductivité électrique du milieu ($\Omega^{-1}.\mathrm{m}^{-1}$).

Transfert radiatif d'énergie

Dans une étoile les photons voyagent et interagissent avec la matière ; ce phénomène est modélisé par « l'équation de transfert ». En un point M pour les photons de fréquence ν on pose :

$$\frac{1}{\rho}\frac{dI_\nu(\theta)}{ds} = J_\nu - \kappa_\nu I_\nu(\theta) \tag{2.15}$$

Cette équation est le principe de conservation de l'énergie appliqué aux photons. En effet :

1. I_ν est le flux d'énergie radiative ($\mathrm{J.m^{-2}.s^{-1}}$) passant au travers d'un angle solide élémentaire $d\Omega$ (stéradian) « compté » depuis M
2. J_ν représente l'émission de photons par les atomes (c'est une puissance émise par unité de masse, $\mathrm{W.kg^{-1}}$)
3. κ_ν est l'opacité de la matière à la fréquence ν. C'est un coefficient d'absorption : en fait une section efficace de capture rapportée à l'unité de masse ($\mathrm{m^2.kg^{-1}}$). κ_ν est une des grandeurs clés de l'astrophysique stellaire, on aura souvent l'occasion d'y revenir.
4. s est une abscisse (mètre) définie parallèlement à une direction passant par M

Cette équation de transfert est facile à écrire mais difficile à manipuler. Dans le cas de la modélisation des atmosphères stellaires elle est résolue, pour ce qui va nous intéresser : les régions les plus internes, on utilise « l'approximation de diffusion » qu'on abordera dans la section 2.1.3.

Transfert conductif d'énergie

L'énergie est également transportée grâce à l'agitation thermique des particules composant la matière. Les « collisions » entre particules ont un effet moyen traduit par un flux d'énergie :

$$\vec{F}_{cond} = -D_{cond}\vec{\nabla T} \tag{2.16}$$

c'est une loi de Fourier. $\vec{F}_{cond}$ est un flux d'énergie ($\mathrm{J.s^{-1}.m^{-2}}$), D_{cond} est la conductibilité thermique ($\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$). On définit une grandeur appelée « opacité conductive » ($\mathrm{m^2.kg^{-1}}$) :

$$\kappa_{cond} = \frac{4acT^3}{3D_{cond}\rho} \tag{2.17}$$

Équation d'état

Alors que l'astrophysicien utilise plusieurs grandeurs qui sont des « équations d'état » au sens thermodynamique ; l'usage veut qu'on réserve ce terme à une relation du type :

$$\rho = \rho(P, T, X_i) \tag{2.18}$$

avec ρ la masse volumique, P la pression, T la température et X_i ($i = 1, \ldots, n_X$) les fractions massiques des différentes espèces chimiques.

L'équation d'état la plus simple est celle des gaz parfaits (les interactions entre les particules sont négligées). Exceptée cette équation, accompagnée de l'équation d'état de Fermi-Dirac (rendant compte de la dégénérescence électronique) et éventuellement complétée de termes correctifs de type Debye-Hückel, il n'est absolument pas envisageable d'introduire le calcul d'une équation d'état dans un modèle d'étoile. Ce type de calcul est réalisé par des chercheurs dont c'est le thème de travail (*e.g.* [Saumon and Chabrier, 1995]). Pour donner une idée de la complexité du problème on va rappeler une méthode de calcul d'équation d'état pour un système en équilibre avec un thermostat à la température T :

$$\bar{P} = -kT \frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial V}$$

avec $\bar{P}$ la pression moyenne, k la constante de Boltzmann, V le volume et $\mathcal{Z}$ la fonction de partition :

$$\mathcal{Z} = \sum_r e^{-\frac{E_r}{kT}}$$

où r indice tous les états du système (N particules) de niveaux d'énergie respectifs E_r. L'équation d'état n'est pas difficile à calculer (solution analytique) lorsqu'il n'y a pas d'interaction entre les particules (gaz parfait) mais tout se complique quand on en introduit. La prise en compte des différents états atomiques, états d'ionisation, etc ... augmente encore la complexité du problème.

Opacité

L'opacité radiative κ_{rad} est une section efficace d'absorption des radiations électromagnétiques, ramenée à l'unité de masse ($\mathrm{m}^2.\mathrm{kg}^{-1}$). En général, on écrit l'opacité comme une fonction de ρ, T et des X_i :

$$\kappa_{rad} = \kappa_{rad}(\rho, T, X_i) \tag{2.19}$$

κ_{rad} est moyennée sur les fréquences ν des photons suivant la formule de Rosseland :

$$\frac{1}{\kappa_{rad}} = \left[\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_{rad,\nu}} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu\right] \left[\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu\right]^{-1}$$

avec $\kappa_{rad,\nu}$ l'opacité à la fréquence ν et B_ν la fonction de Planck :

$$B_\nu = \frac{3h\nu^3}{c^3}(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)^{-1}$$

La pondération utilisée dans la moyenne de Rosseland est introduite naturellement lors de la mise en place de l'approximation de diffusion pour le transfert radiatif (*cf.* section 2.1.3). Les principales sources d'opacité sont : la diffusion électronique, les transitions libre-libre, lié-libre et enfin lié-lié.

Conclusion

Le jeu d'équations (Eq. 2.1 à Eq. 2.19) est universel, très peu d'approximations ou de restrictions ont été faites. Les atmosphères comme les intérieurs stellaires peuvent être modélisés ; mais aussi moyennant quelques petits aménagements : l'atmosphère terrestre, l'écoulement d'un fluide sur un véhicule en déplacement, le comportement des gaz dans la chambre de combustion d'un moteur, etc ... La physique mise en oeuvre pour la modélisation des étoiles, est aussi riche qu'universelle.

2.1.3 Les approximations

Dans ce paragraphe nous allons passer en revue les différentes approximations faites pour parvenir aux équations effectivement utilisées dans ce travail. En premier lieu vient la géométrie du système physique.

Symétrie sphérique Pour les étoiles les écarts à la sphéricité sont provoqués par une rotation plus ou moins rapide et/ou par des effets de marée causés par un objet voisin. On s'adresse ici à des étoiles en rotation assez lente et suffisamment éloignées d'autres corps pour que la symétrie sphérique soit une bonne approximation. Dans ce cas on a :

– l'expression de la résultante des forces de pression qui devient :

$$-\frac{\partial P}{\partial r}\overrightarrow{u}_r$$

– l'équation de conservation de la matière (Eq. 2.2) qui donne après intégration :

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \tag{2.20}$$

où m est la masse contenue dans la sphère de rayon r. La relation fondamentale de la dynamique se simplifie en :

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \tag{2.21}$$

– on peut appliquer le premier principe de la thermodynamique (*cf.* Eq. 2.3) à la masse élémentaire de matière contenue dans la « coquille » délimitée par les sphères de rayons r et $r + dr$. Dans ce cas la chaleur gagnée (algébriquement) par unité de temps et de masse est :

$$\frac{dq}{dt} = T\frac{ds}{dt} = \left(\epsilon - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m}\right)$$

c'est la différence entre ce qui est produit par les réactions nucléaires (ϵ) et ce qui s'échappe dans la luminosité ($\partial\mathcal{L}/\partial t$). On a donc :

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial m} = \epsilon - \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2}\frac{\partial\rho}{\partial t} \tag{2.22}$$

L'approximation de la symétrie sphérique semble particulièrement anodine, elle a pourtant une conséquence énorme sur notre connaissance de l'intérieur stellaire : en faisant une physique à une dimension[3] tous les phénomènes liés à la convection, à la turbulence, aux instabilités de cisaillement ... ne seront pas directement inclus dans les modèles. On verra dans la suite à quel point cet aspect peut être important.

Effet du champ magnétique Dans mes modèles on va négliger les effets du champ magnétique macroscopique $\overrightarrow{B}$, ainsi dans l'équation Eq. 2.1 la force de Laplace disparaît :

$$\overrightarrow{j} \times \overrightarrow{B} = \overrightarrow{0}$$

et les équations de Maxwell (Eq 2.6 à Eq 2.9) et la loi d'Ohm Eq. 2.14 deviennent inutiles. On notera cependant que $\overrightarrow{B}$ est nécessaire à certains modèles (des protubérances solaires et étoiles à neutrons entre autres). La présence d'un champ magnétique peut avoir une incidence importante sur la structure globale de l'étoile : perte de moment cinétique des étoiles froides ($T_{eff} < 6000$K) sur la séquence principale (*cf.* [Schatzman, 1962]).

L'approximation du fluide parfait Le plasma est considéré comme non-visqueux, les effets dissipatifs liés à la viscosité sont donc négligés, la turbulence ne peut plus exister. Le terme (6) de Eq. 2.1 est négligé :

$$\eta\overrightarrow{\Delta}\overrightarrow{v} + (\zeta + \frac{\eta}{3})\overrightarrow{\nabla}(\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{v}) = 0$$

La rotation La rotation d'ensemble de l'étoile peut intervenir dans un modèle 1D par l'intermédiaire d'une force d'inertie et d'un mélange (transport de matière due aux effets de cisaillement, le tout représenté par une loi de type « loi de Fick »), ce qui a été fait par plusieurs auteurs dont [Talon *et al.*, 1997]. Ici on négligera la rotation d'ensemble de l'étoile, donc dans Eq. 2.1 :

$$\overrightarrow{\Omega} = \overrightarrow{0}$$

L'approximation de diffusion L'approximation de diffusion concerne le transfert d'énergie radiative (Eq. 2.15), on peut montrer qu'à partir d'une certaine profondeur dans l'intérieur stellaire : le flux radiatif $\overrightarrow{F}_{rad,\nu}$ (W.m^{-2}), qui est un flux de photons peut s'écrire pour une fréquence ν :

$$F_{rad,\nu} \sim \frac{4\pi}{3}\frac{\partial B_\nu}{\partial\tau_\nu}$$

3. on parle de « code 1D »

ce qui conduit en intégrant sur toutes les fréquences (et en introduisant la moyenne de Rosseland pour l'opacité : *cf.* section 2.1.2) à :

$$F_{rad}(r) = -\frac{c}{3\kappa\rho}\frac{d}{dr}(aT^4)$$

ce qui est en fait une loi de Fick pour les photons d'où le nom « d'approximation de diffusion ». On peut montrer qu'elle est valable lorsque le libre parcours moyen des photons est petit devant la taille caractéristique du milieu (*e.g.* pour le Soleil : $l_{photon}/\mathcal{R}_\odot \sim 3 \times 10^{-11}$). Si on définit la luminosité $\mathcal{L}(r)$ au rayon r comme la puissance totale traversant la sphère de rayon r alors :

$$\mathcal{L}(r) = 4\pi r^2 F_{rad}(r) = -\frac{4\pi r^2 c}{3\kappa_{rad}\rho}\frac{d}{dr}(aT^4)$$

qu'on reformule :

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{3}{64\pi^2 ac}\frac{\kappa}{r^4T^3}\mathcal{L} \tag{2.23}$$

En divisant cette équation par Eq. 2.21 on introduit une quantité par la suite très utile, le « gradient » radiatif :

$$\nabla_{rad} = \left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right) = \frac{3}{16\pi acG}\frac{P\kappa_{rad}}{mT^4}\mathcal{L} \tag{2.24}$$

En reprenant Eq. 2.23 on a alors :

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}\frac{T}{P}\nabla_{rad} \tag{2.25}$$

La loi représentant la conduction thermique étant également du type « loi de Fick », on peut la combiner à la relation qu'on vient d'examiner pour le transfert radiatif en faisant : $\mathcal{L}(r) = 4\pi r^2(F_{rad}(r) + F_{cond}(r))$. Ce qui est équivalente à remplacer κ dans Eq. 2.23 par κ donné par :

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_{rad}} + \frac{1}{\kappa_{cond}}$$

κ_{cond} est définie dans le paragraphe « Transfert conductif d'énergie » de la section 2.1.2.

Diffusion des espèces chimiques Dans ce travail, on négligera complètement les effets de diffusion des entités chimiques (Eq. 2.12 et 2.13), approximation qu'on avait déjà faite en posant Eq. 2.4

Équilibre quasi-statique On a ici besoin d'introduire trois quantités :

- l'échelle de temps nucléaire τ_{nuc} qui donne un ordre de grandeur du temps d'évolution d'une étoile lorsque sa source principale d'énergie est les réactions nucléaires. τ_{nuc} est le temps nécessaire à une étoile pour épuiser sa réserve de « carburant » nucléaire en gardant une luminosité constante :

$$\tau_{nuc} = \frac{E_n}{\mathcal{L}}$$

avec E_n la « réserve » d'énergie nucléaire et $\mathcal{L}$ la luminosité (watt). Pour une étoile de masse intermédiaire (*e.g.* 4 $\mathcal{M}_\odot$) sur la séquence principale :

$$E_n \sim \frac{< Q_H > \mathcal{M}_\star}{\mathcal{L}_\star}$$

avec $< Q_H >$ l'énergie moyenne produite par unité de masse de matériau stellaire, pour donner un ordre d'idée :

- l'énergie produite par kg d'hydrogène « brûlé » est :
$$< Q_H > \sim 10^{14} \text{ J.kg}^{-1}$$
- la luminosité d'une étoile de 4 $\mathcal{M}_\odot$ sur la séquence principale :
$$\mathcal{L} \sim 400\mathcal{L}_\odot$$

On a donc :

$$\tau_{nuc} \sim 10 \text{ millions d'années}$$

- l'échelle de temps de Kelvin-Helmholtz τ_{KH} qui donne l'ordre de grandeur du temps d'évolution d'une étoile lorsque c'est la gravitation qui lui fournit de l'énergie. Si on prend comme évaluation :

$$|E_G| \sim G\frac{(\mathcal{M}_\star/2)^2}{\mathcal{R}_\star/2} = G\frac{\mathcal{M}_\star^2}{2 \times \mathcal{R}_\star}$$

alors :

$$\tau_{KH} \sim \frac{|E_G|}{\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{M}_\star^2}{2 \times \mathcal{R}_\star}$$

Si on prend le cas des étoiles qui vont m'intéresser ($\sim$ 4 $\mathcal{M}_\odot$, $\mathcal{L} \sim 400\mathcal{L}_\odot$ et $\mathcal{R} \sim 10\mathcal{R}_\odot$) :

$$\tau_{KH} \sim 6 \times 10^4 \text{ans}$$

On remarque que :

$$\tau_{KH} \ll \tau_{nuc}$$

- l'échelle de temps dynamique τ_{dyn} qui indique le temps mis par une étoile en équilibre hydrostatique pour réagir à une perturbation mécanique :

$$\tau_{dyn} \sim \frac{1}{\sqrt{G < \rho >}}$$

avec $< \rho >$ la masse volumique moyenne. Pour une céphéide de 4 $\mathcal{M}_\odot$: $< \rho > \sim 6$ kg.m^{-3}. Le temps dynamique est alors :

$$\tau_{dyn} \sim 5 \times 10^4 \text{s}$$

soit environ 0,6 jours (ce qui est un ordre de grandeur pour la période d'une céphéide de cette masse).

Dans Eq. 2.1 on néglige le terme d'accélération :

$$\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \overrightarrow{0}$$

mais on conserve les dérivées temporelles dans Eq. 2.3 (premier principe), ce qui signifie :
- les modèles obtenus vont évoluer sur l'échelle de temps nucléaire ou sur le temps de Kelvin-Helmoltz
- tous les phénomènes de pulsation stellaire dont l'échelle de temps correspond à l'échelle de temps dynamique ne seront pas modélisés.

Prise en compte de la convection Comme souligné au paragraphe « Symétrie sphérique » la convection ne peut pas émerger directement des modèles (on n'imagine pas comment des « petits tourbillons » pourraient se former dans un espace à UNE dimension), cependant :
1. la convection est observée dans les étoiles par ses effets indirects. Elle est visible à la surface du Soleil : c'est elle qui produit la « granulation » solaire constatée sur les clichés.
2. dans le cas des étoiles de la séquence principale pour $\mathcal{M}_\star \gtrsim 1{,}2\ \mathcal{M}_\odot$ le cœur est convectif (selon les modèles) ce « bouillonnement » central apporte du carburant nucléaire depuis les régions plus externes. Ceci va avoir un impact énorme en prolongeant très quantitativement l'échelle de temps nucléaire, la trace de la séquence principale dans un diagramme couleur-magnitude est très sensiblement allongée ce qui reproduit mieux les observations (*cf.* article 1)

Le théoricien se trouve donc devant le dilemme : (1) bien qu'il n'apparaissent pas naturellement dans les modèles 1D il est impossible d'ignorer les phénomènes convectifs, (2) utiliser un code 2D ou 3D (certains auteurs mènent des calculs d'évolution avec de tels codes : *e.g.* [Deupree, 1998]) mais alors les temps de calcul seront extrêmement longs. Pour apprécier les ordres de grandeur on citera l'exemple donné par S. Brun lors d'un séminaire au DASGAL[4] : la modélisation de la zone convective du Soleil en 3D avec un nombre de Reynolds $\sim 10^4$ fois plus faible que le réel « coûte » un mois de calcul sur un ordinateur à 64 processeurs. Dans ces conditions il faudrait probablement plusieurs millions d'années de temps CPU[5] pour construire tous les modèles qui ont été calculés lors de cette thèse ...

Pour palier ce problème on dispose d'une théorie simplifiée de la convection : la « Mixing Length Theory » ou en français « Théorie de la longueur de mélange » que je nommerai dans toute le suite « MLT ». Cette théorie a été adaptée au contexte stellaire par [Biermann, 1951], [Vitense, 1953] et [Böhm-Vitense, 1958], ceci à partir de travaux de [Prandtl, 1952]. Bien que très critiquée, la « MLT » est utilisée par la quasi-totalité des travaux de structure interne et d'évolution stellaire. Cette théorie a deux objectifs :
1. quantifier le flux d'énergie transportée par les éléments convectifs de la matière stellaire

4. Département d'Astrophysique Stellaire et Galactique de l'Observatoire de Paris
5. Central Processing Unit

2. déterminer l'existence et l'extension des zones convectives

Bien sûr il s'agit d'estimations qui demandent toujours discussions. On va rappeler de façon très générale les grandes lignes de la « MLT ».

En théorie de la longueur de mélange le « brassage » de matière (les « tourbillons » qu'on observe dans une casserole d'eau très chaude) est représenté schématiquement par des « bulles » de matière de taille moyenne l_m, légèrement plus chaudes que leur environnement. Sous l'effet de la poussée d'Archimède ces bulles se déplacent vers l'extérieur de l'étoile. Au bout d'une distance de l'ordre de l_m les « bulles » se diluent dans le milieu stellaire, livrant ainsi un petit surplus d'énergie. l_m est un paramètre libre de la théorie appelé « longueur de mélange ». Le transport d'énergie sera d'autant plus efficace que le trajet des « bulles » sera rapide, minimisant ainsi les pertes d'énergie par rayonnement et conduction lors de de l'ascension. Cette description phénomènologique de la convection est similaire à la diffusion microscopique des particules. L'analogue d'un atome est une « bulle » et l_m joue le rôle du libre parcours moyen. Pour exprimer le flux d'énergie ($W.m^{-2}$) dû à la convection on écrit donc une loi de type « loi de Fick ». A partir de celle-ci et à l'aide d'un peu d'algèbre, on construit une équation (polynôme du 3ème degré) dont les solutions fournissent[6] :

$$\nabla = \left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right)$$

qui ensuite est introduit dans Eq. 2.25 :

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}\frac{T}{P}\nabla$$

On satisfait le premier objectif de la « MLT » : le flux d'énergie est quantifié. Le lecteur voudra bien noter que la théorie de la longueur de mélange est une théorie **locale** : elle donne d'après les valeurs de (P, T, ...) en un point donné la valeur du flux d'énergie transporté par la convection en ce même point. Ceci alors que le phénomène réel n'est pas local. A l'instar de la diffusion microscopique (Fick) où le libre parcours moyen est très petit devant les échelles de longueur macroscopiques, la longueur de mélange l_m doit être très petite devant toutes les échelles de distance caractéristiques de l'étoile : son rayon, H_P (échelle de hauteur de pression : distance sur laquelle la pression varie de façon significative), etc ...

Il reste à déterminer les limites des zones convectives. Ceci se fait en comparant la poussée d'Archimède Π^{bulle} subie par une « bulle » et l'attraction gravitationnelle F_G^{bulle} qui l'entraîne vers le centre. On décrète que le milieu est convectif lorsque :

$$\Pi^{bulle} > F_G^{bulle}$$

On peut montrer que cette inégalité est équivalente à la suivante :

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$$

6. Pour un calcul détaillé le lecteur pourra se reporter à [Cox and Giuli, 1968] ou [Kippenhahn and Weigert, 1990]

∇_{rad} est donné par Eq. 2.24, ∇_{ad} est une grandeur thermodynamique (« *ad* » : « adiabatique », « à entropie constante ») :

$$\nabla_{ad} = \left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right)_{ad} = \frac{P\delta}{T\rho C_p}$$

avec C_p la capacité calorifique à pression constante ($\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$) et $\delta = -(\partial\rho/\partial\ln T)_p$ (sans unité). On peut donner cette définition un peu « alambiquée » de ∇_{ad} : c'est le gradient de température en un point de l'étoile où les « bulles » convectives transportent TOUTE l'énergie (contribution de 100% à la luminosité) avec la plus grande efficacité possible (il n'y a pas d'énergie perdue en cours de route par une bulle : d'où l'indice « *ad* » pour « adiabatique »). De façon générale, qu'il y ait convection ou pas on peut écrire Eq. 2.25 :

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}\frac{T}{P}\nabla$$

Lorsque le transport d'énergie se fait par les photons :

$$\nabla = \nabla_{rad}$$

lorsqu'au contraire toute l'énergie est véhiculée par une convection très efficace on a :

$$\nabla = \nabla_{ad}$$

Pour les situations intermédiaires où le milieu est le siège de mouvements convectifs, mais où les « bulles convectives » perdent un peu d'énergie sur le chemin, ∇ est donnée par la résolution d'une équation de la théorie de la longueur de mélange.

La valeur de la longueur de mélange l_m est déterminée empiriquement par la calibration solaire (construction d'un modèle de Soleil par lequel on retrouve la luminosité et la rayon solaire pour l'âge estimé pour le Soleil). La valeur obtenue actuellement avec notre code CESAM et qui sera retenue dans la suite est :

$$l_m = 1{,}6\mathrm{H}_P$$

Ce qui malheureusement viole une des hypothèses internes de la théorie ($l_m \ll \mathrm{H}_P$) !

On peut retenir que la matière devient convective lorsque le gradient de température dépasse une certaine valeur. Pour mieux saisir les choses, j'ai évalué l'ordre de grandeur de $\Delta T/\Delta r$ au bord d'un cœur convectif de céphéide :

$$\tfrac{\Delta T}{\Delta r} \sim 3\ \mathrm{K.m^{-1}}$$

alors que pour le Soleil on a un gradient moyen :

$$\tfrac{\Delta T}{\Delta r} \sim 10^{-2}\ \mathrm{K.m^{-1}}$$

pour l'eau à 20 degrés : $\Delta T/\Delta r \sim 1{,}5 \times 10^{-4}\ \mathrm{K.m^{-1}}$ et pour l'air $\Delta T/\Delta r \sim 10^{-3}\ \mathrm{K.m^{-1}}$.

L'écoulement représenté par la « MLT » est purement laminaire, il n'y a pas de viscosité prise en compte donc pas de phénomène de turbulence contrairement à la réalité.

On va évaluer l'ordre de grandeur de « l'échelle de temps de convection » τ_{conv}. Dans le cas du cœur convectif de céphéide pour la vitesse moyenne des « bulles » de convection j'ai obtenu ~ 430 m.s^{-1} (l'ordre de grandeur est correct : [Kippenhahn and Weigert, 1990] p.55 indiquent $\sim$ 100 m.s^{-1}) ce qui est bien inférieur à la vitesse du son (d'un facteur 10^{-5} environ). Le rayon du cœur convectif est $\mathcal{R}_{conv} \sim 10^7$ m, d'où :

$$\tau_{conv} \sim 10^5 \text{ s}$$

soit $\tau_{conv} \sim 10^{-3}$ année, ce qui est très inférieur à l'échelle de temps de Kelvin-Helmholtz et à l'échelle de temps nucléaire. Ceci a une conséquence très importante : **les zones convectives des modèles seront toujours chimiquement homogènes**.

On a indiqué que les limites des zones convectives sont déterminées par l'égalité entre poussée d'Archimède et attraction gravitationnelle. Cependant dans notre schéma les « bulles » convectives arrivent avec une vitesse non-nulle à la limite de la zone convective, d'où l'idée de repousser un peu cette limite. Les « bulles » pénétrant dans la région convectivement stable par inertie. Ce processus est appelé dans le langage astrophysique « overshooting », on le paramétrise en introduisant une longueur $l_{ov} = \alpha_{ov} \times \mathrm{H}_P$. La valeur de α_{ov} est déterminée empiriquement, pour mes modèles « standard » je prendrai 0,2 ; ce qui est une valeur généralement admise sur la base d'arguments observationnels. Cet « overshooting » est quelque chose de très discuté et il sera l'objet de mon premier article.

La « MLT » a de très nombreuses variantes, elle reste l'unique recours actuel pour décrire la convection dans les calculs d'évolution stellaire (à quelques exceptions près comme [Deupree, 1998] où de « petites » évolutions sont calculées avec des modèles 2D).

2.2 Les conditions aux limites

Nous sommes en présence ici d'un système d'équations différentielles pour lequel il faut préciser des conditions aux limites dans l'espace et le temps, c'est ce que l'on va faire dans les paragraphes suivants.

2.2.1 Conditions spatiales

Nous avons quatre fonctions inconnues pour la structure interne : la pression P, le rayon r, la luminosité $\mathcal{L}$ et la température T pour lesquelles il faut quatre conditions aux limites.

Limite au centre

Il est évident qu'au centre de l'étoile (*i.e.* $m = 0$) la luminosité et le rayon sont nuls, soit :

$$\mathcal{L}(m = 0) = 0 \qquad r(m = 0) = 0 \tag{2.26}$$

Limite à la surface

A la surface $m = \mathcal{M}_\star$ (avec $\mathcal{M}_\star$ la masse totale de l'étoile) on écrit :

$$P(m = \mathcal{M}_\star) = P_{ext} \qquad T(m = \mathcal{M}_\star) = T_{ext} \tag{2.27}$$

Les valeurs de P_{ext} et T_{ext} ne sont pas données par le modèle de structure interne, il faut faire appel à des informations extérieures. On peut par exemple prendre très simplement :

$$P_{ext} = 0 \qquad T_{ext} = 0$$

dans la section 3.3.2, on abordera une méthode où les valeurs de P_{ext} et T_{ext} sont prises dans un modèle simplifié d'atmosphère stellaire.

2.2.2 Conditions temporelles

Les conditions aux limites temporelles ne sont que des conditions initiales (*i.e.* à $t = 0$) on ne définit pas à proprement parler d'état final lors des calculs d'évolutions stellaires. Dans le cas général d'un code 3D hydrodynamique (*i.e.* où on conserve le terme d'accélération dans Eq. 2.1) les données initiales sont :

– la distribution initiale de matière dans l'espace décrite par la masse volumique :

$$\rho_0(r,\theta,\varphi) = \rho(r,\theta,\varphi,t = 0)$$

– la composition chimique initiale représentée par les fractions massiques respectives X_i (sans unité) des différents éléments chimiques i en tout point de l'espace (l'objet initial n'est pas forcément homogène) :

$$X_{i,0} = X_i(r,\theta,\varphi,t = 0)$$

– le champ initial des vitesses :

$$\vec{v}_0(r,\theta,\varphi) = \vec{v}(r,\theta,\varphi,t = 0)$$

Dans le cadre des approximations mentionnées dans les paragraphes précédents ; en particulier l'équilibre quasi-statique, l'absence de rotation et la symétrie sphérique on se satisfera des informations suivantes :

– la masse totale initiale de l'objet $\mathcal{M}_{\star,0}$ ainsi que la distribution de matière le long du rayon : $\rho_0(r) = \rho(r,t = 0)$

– les calculs d'évolution seront débutés à partir d'un modèle chimiquement homogène, la composition étant donnée par :

$$X_{i,0} = X_i(t = 0)$$

2.3 Équations et conditions aux limites : récapitulatif

On donne ici les équations après avoir appliqué toutes les approximations et restrictions. La relation fondamentale de la dynamique (Eq. 2.1), une fois toutes les simplifications faites, conduit à :

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -G\frac{m}{4\pi r^4} \tag{2.28}$$

où on a fait apparaître la variable lagrangienne m (masse contenue dans la sphère de rayon r) grâce à Eq. 2.20, on rappelle cette dernière qui transcrit la conservation de la matière en fluide stellaire :

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \tag{2.29}$$

Le Premier Principe de la thermodynamique donne (Eq. 2.30) :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m} = \epsilon - \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{2.30}$$

A ces trois équations vient s'ajouter la description du transfert d'énergie (en mode radiatif, conductif ou convectif), on reprend donc Eq. 2.25 en remplaçant ∇_{rad} par un générique ∇ donné par la théorie de la longueur de mélange :

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}\frac{T}{P}\nabla \tag{2.31}$$

Pour finir on pose la conservation des espèces chimiques (Eq. 2.4) :

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{m_i}{\rho}\left\{\sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik}\right\} \quad i = 1,\ldots,N \tag{2.32}$$

N étant le nombre total d'espèces chimiques. La variable d'espace est m, les fonctions inconnues sont : la pression P, le rayon r, la luminosité $\mathcal{L}$ et les fractions massiques des éléments les X_i ($i = 1,\ldots,N$). Ces fonctions inconnues sont donc au nombre de $4+N$, ce qui est aussi le nombre d'équations : le système est en principe résolvable.

3

Code, méthode numérique et physique standard.

3.1 CESAM : le code.

Les programmes permettant de réaliser des modèles d'étoile existent depuis que l'informatique a rendu leur existence possible. Les premiers sont donc apparus vers le début des années soixante. Au fil des décennies ils ont été développés au coup par coup dans un but d'utilisation immédiate par les chercheurs impliqués. Dans le cadre du groupe de recherche du CNRS « Structure Interne des étoiles et des planètes géantes » il a été décidé à la fin des années quatre-vingt d'écrire pour la communauté astrophysique française un Code d'Évolution Stellaire Adaptatif et Modulaire (CESAM). Ce dernier devait être plus clair et homogène que les anciens codes et permettre développements et mise en oeuvre en un temps raisonnable. L'amélioration de la précision numérique et la réduction des temps de calcul par l'emploi de nouvelles méthodes numériques ont également fait partie du cahier des charges. Depuis maintenant une dizaine d'années les différentes versions de CESAM ont été mises en oeuvre à l'Observatoire de Nice, à l'Observatoire de Meudon, au Centre de Saclay du CEA, à l'Institut d'Astrophysique des Canaries et à Rennes. CESAM est écrit en langage `FORTRAN`[1], sa taille est de l'ordre de 35 000 lignes d'instructions. Son auteur est Pierre Morel de l'Observatoire de Nice, le code source est téléchargeable à l'URL : `http://www.obs-nice.fr`. La référence décrivant de façon détaillée les méthodes numériques de la version 3 (celle utilisée lors de ce travail) est [Morel, 1997].

L'objectif de cette section n'est pas de se substituer à Pierre Morel dans l'exposé du fonctionnement des algorithmes numériques mais d'en donner les grandes lignes et surtout de faire le point sur la physique disponible avec la version originelle.

1. j'ai adapté le code original pour qu'il soit traduisible en langage C avec l'utilitaire GNU : f2c.

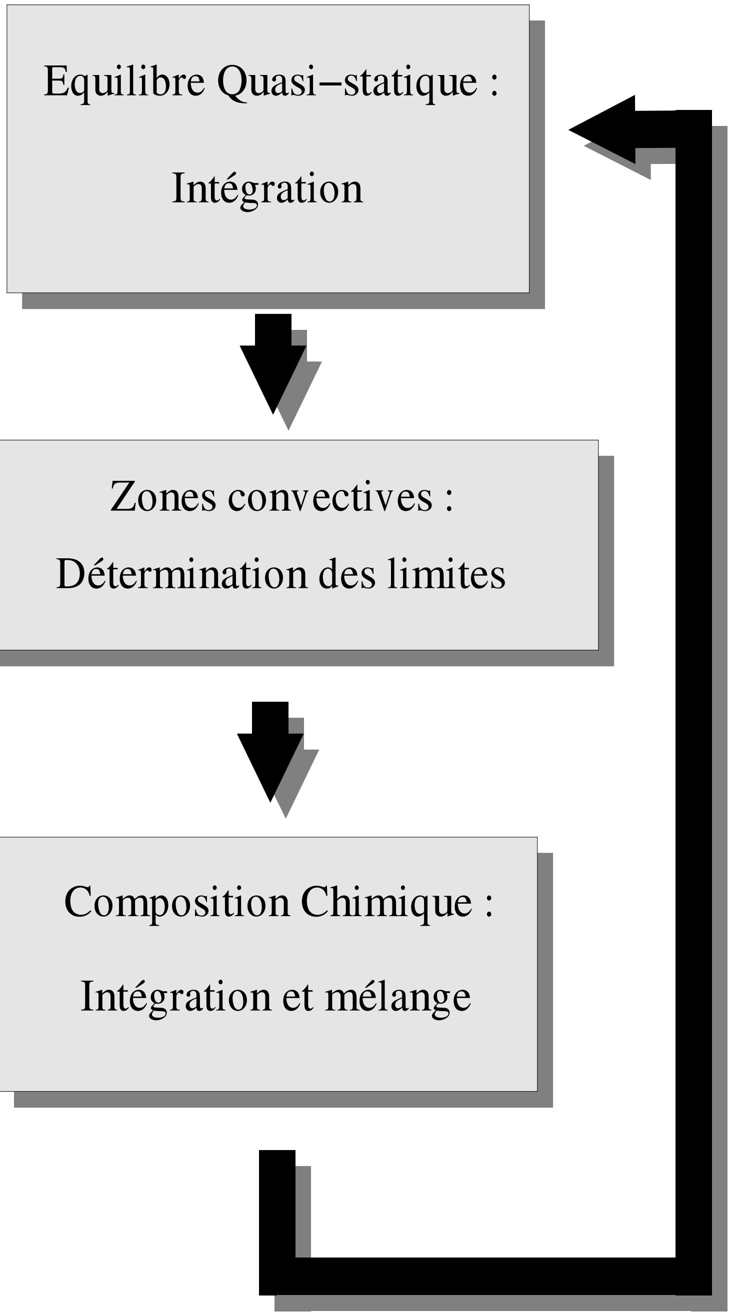


FIG. 3.1 – *Schéma global d'intégration mis en oeuvre par le code de structure interne CESAM.*

3.2 Méthode numérique

3.2.1 Choix du jeu de variables

On rappelle le jeu d'équations différentielles gouvernant la structure interne des étoiles en variable lagrangienne (l'espace est représenté par la masse m de la boule de rayon r) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial m} = -G\dfrac{m}{4\pi r^4} \\ \dfrac{\partial r}{\partial m} = \dfrac{1}{4\pi r^2 \rho} \\ \dfrac{\partial T}{\partial m} = \dfrac{P}{m}\dfrac{T}{P}\nabla \\ \dfrac{\partial L}{\partial m} = \epsilon - \dfrac{\partial U}{\partial t} + \dfrac{P}{\rho^2}\dfrac{\partial \rho}{\partial t} \\ \dfrac{\partial X_i}{\partial t} = \dfrac{m_i}{\rho}\left\{\sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik}\right\} \quad 1 \leq i \leq N_X \end{cases} \tag{3.1}$$

Afin de faciliter la résolution numérique de ce système des changements de variables sont nécessaires. En effet dans une étoile, entre le centre et la surface, la température peut varier de cinq ordres de grandeur et la pression de huit. On doit donc chercher à « amortir » ces variations brutales en choisissant de « bonnes » variables. [Morel, 1997] a choisi en optimisant les valeurs des exposants :

$$\chi = \ln P \quad \eta = \ln T$$

$$\mu = \left(\frac{m}{\mathcal{M}_\odot}\right)^{2/3} \quad \zeta = \left(\frac{r}{\mathcal{R}_\odot}\right)^2 \quad \lambda = \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_\odot}\right)^{2/3}$$

On notera qu'avec un tel jeu de variables les valeurs négatives de la luminosité $\mathcal{L}$ ne sont pas permises. La résolution numérique sera donc impossible dans une situation où $\epsilon = 0$ et $\epsilon_G = -T\partial s/\partial t \ll 0$ (ϵ_G : énergie gravitationnelle, $\epsilon_G \ll 0$ traduit une forte expansion de la matière stellaire).

3.2.2 Méthode de Henyey

On présente ici la méthode de Henyey ([Henyey *et al.*, 1964]) ou méthode de Newton-Raphson, dont une variante est implantée dans CESAM. Cette méthode sépare intégration temporelle et spatiale.

Intégration spatiale

Le système « spatial » est le système 3.1 privé de sa dernière équation et du terme $-\partial U/\partial t + P/\rho^2 \partial\rho/\partial t$ dans la quatrième équation. La résolution se fait en remplaçant les équations différentielles du type :

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

par une expression comportant des différences finies comme :

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{1}{2}(f_{i+1} + f_i)$$

où $f_i = f(x_i, y_i, z_i)$ et $f_{i+1} = f(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$. On transforme donc le système différentiel 3.1 en système non-linéaire dont les inconnues sont les y_i. Pour résoudre un tel système on fait appel à la méthode classique dite de « Newton-Raphson », celle-ci demande de connaître les valeurs des dérivées des différentes grandeurs impliquées dans le calcul, ce n'est pas sans conséquence sur le fonctionnement global de l'algorithme. En effet pour certaines grandeurs physiques on utilise des tables (donc un ensemble discret de valeurs) : pour une raison ou une autre la présence de discontinuités -même petites- dans ces tables peuvent compliquer la tâche dans l'évaluation des dérivées ... voire empêcher la convergence de l'algorithme.

Le remplacement des dérivées par des différences finies implique le choix de « points de collocation », *i.e.* les points auxquels seront calculées les différentes grandeurs intervenant dans notre problème. On « découpe » alors l'étoile en « N » coquilles, chacune ayant la coordonnée lagrangienne m_i avec $i = 1, \ldots, N$. La précision du résultat dépendra de la finesse de ce découpage, *i.e.* des valeurs des $m_{i+1} - m_i$, plus ces valeurs seront faibles plus on s'attend à avoir un résultat numérique précis. Avoir des différences $m_{i+1} - m_i$ petites demande de découper l'étoile en un grand nombre de « coquilles » ce qui alourdit considérablement le calcul. On a donc recours à un procédé qui permet d'avoir des « coquilles fines » uniquement où c'est nécessaire : aux endroits de l'intérieur stellaire présentant des variations très fortes de certaines grandeurs physiques. On construit une fonction d'espacement permettant d'adapter la discrétisation :

$$Q = \left(\alpha_\chi \frac{\chi}{\Delta\chi} + \alpha_\eta \frac{\eta}{\Delta\eta} + \alpha_\zeta \frac{\zeta}{\Delta\zeta} + \alpha_\mu \frac{\mu}{\Delta\mu} \right)$$

α_χ, α_η, α_ζ et α_μ sont des constantes dont l'opérateur choisit les valeurs afin de donner plus ou moins de « poids » aux variations de pression, de température, etc ... Dans ma version du code les valeurs retenues sont :

$$\alpha_\chi = -1 \quad \alpha_\eta = 0 \quad \alpha_\zeta = 0 \quad \alpha_\mu = 15$$

Afin de répartir le plus judicieusement possible les points de collocation, on cherche la distribution de ces points gardant Q constante. Par exemple dans la situation simpliste : $\alpha_\chi = 1$, $\alpha_\eta = 0$, $\alpha_\zeta = 0$ et $\alpha_\mu = 0$; Q =constante va assurer une distribution uniforme en pression. Les régions de l'étoile sièges d'une très forte variation de pression se verront représentées par beaucoup de points (« découpage fin ») alors qu'au contraire une zone où P varie plus modestement se verra attribuer un nombre restreint de points. L'implantation dans CESAM de cette méthode ouvre les possibilités suivantes :

- à chaque pas temporel les points sont redistribués
- elle permet l'ajustement du nombre total de points de collocation au cours du temps lors d'un calcul d'évolution
- les points de collocation utilisés pour les variables χ, η, μ, ζ et λ sont différents de ceux choisis pour décrire la composition chimique

Intégration temporelle

Le terme dit « d'énergie gravitationnelle » $-\partial U/\partial t + P/\rho^2 \partial\rho/\partial t$ est intégré de façon implicite en écrivant qu'il vaut entre deux modèles séparés par un « pas de temps » Δt :

$$\frac{u^{t+\Delta t} - u^t}{\Delta t} - \frac{P}{\rho^2}\frac{\rho^{t+\Delta t} - \rho^t}{\Delta t}$$

L'intégration de la composition chimique (dernières équations du système 3.1) se fait suivant un algorithme de Runge-Kutta (*cf.* [Morel, 1997] pour les détails). Il est à noter que le mélange de matière (homogénéisation dans les zones convectives) et l'intégration temporelle se font simultanément dans le même algorithme.

3.2.3 Schéma du processus itératif, existence des solutions

Sur la Fig. 3.1 on a dessiné le schéma général du processus itératif se déroulant lors d'une intégration du système d'équations différentielles régissant la structure interne stellaire. A chaque « pas temporel » le processus est répété de façon à satisfaire : un critère de précision sur la structure quasi-statique (idée simple sur un tel critère : les variations relatives d'une itération à l'autre pour P, T, ... sont inférieures à une valeur considérée comme acceptable) et un critère de précision sur l'intégration de la composition chimique. Lorsque les critères de précision sont vérifiés on dit alors que le modèle d'étoile a convergé et on conserve le résultat.

Bien sûr on ne peut envisager de convergence de l'algorithme de résolution que dans le cas où d'un point de vue strictement mathématique il y a existence d'une solution.

3.3 La physique « standard » de CESAM

Le programme de structure interne CESAM utilise comme ingrédients physiques principaux :

- un sous-programme d'équation d'état qui va fournir les grandeurs thermodynamiques : ρ, ∇_{ad}, ...
- un sous-programme d'interpolation de tables d'opacité
- un sous-programme délivrant les taux de production d'énergie nucléaire

Les autres ingrédients sont : le calcul de la composition chimique initiale, la perte de masse et la loi $T(\tau)$ nécessaire à la reconstitution de l'atmosphère (ce qui fournit les conditions aux limites externes).

Dans la section suivante je vais présenter la physique présente dans le code originel de CESAM et à laquelle je n'ai fait subir aucun ajout ou développement (équation d'état et atmosphère). Ensuite au contraire un autre section sera consacrée aux modifications que j'ai apportées au cours de mon travail.

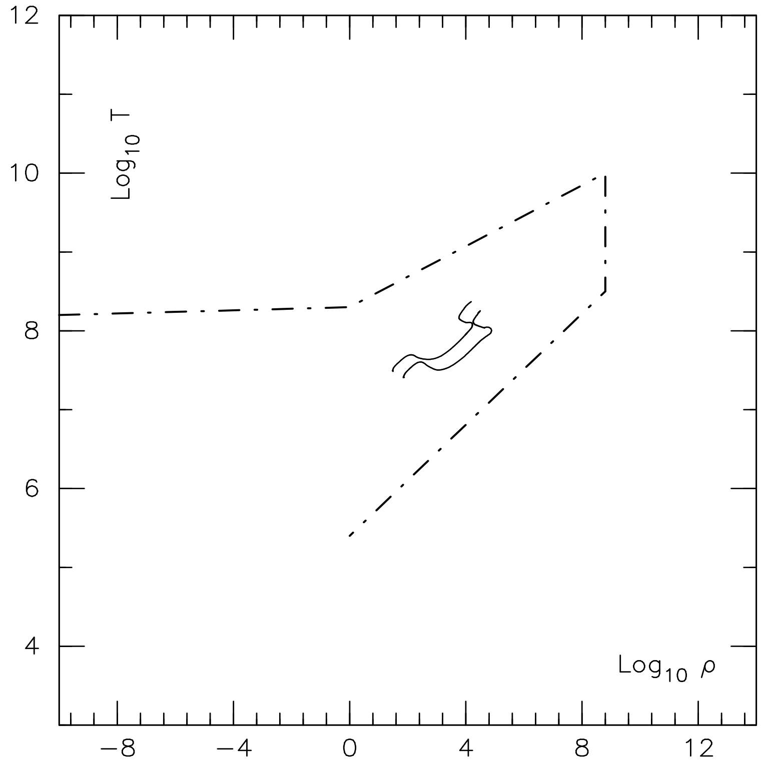


FIG. 3.2 – *La limite du domaine de validité de l'équation d'état EFF est indiquée en trait-point. Les couples* ($\log \rho_c$, $\log T_c$) *(l'indice c désigne les valeurs au centre) de deux trajets évolutifs (2,5 et 5,0* $\mathcal{M}_\odot$ *) ont été reportés (lignes pleines) : ils restent bien dans le domaine où EFF est valable.*

3.3.1 Equation d'état

Plusieurs équations d'état sont disponibles dans la version standard de CESAM. On va décrire celle utilisée dans ce travail et nommée par son « label » : EFF, du nom des auteurs de l'article de référence [Eggleton *et al.*, 1973]. EFF est une équation d'état de type « gaz parfait » à laquelle plusieurs améliorations ont été apportées. Un terme d'énergie libre *adhoc* a été inclus pour introduire l'ionisation par pression à haute densité,*i.e.* lorsque la distance moyenne entre les particules est $\lesssim a_0 = 0.51 \times 10^{-10}$ m. Ceci corrige le défaut de l'équation de Saha qui prédit 30% d'hydrogène neutre dans le centre du Soleil alors qu'à $T \sim 12$ MK on doit avoir 100 % d'hydrogène ionisé. EFF tient compte de la statistique de Fermi-Dirac pour les électrons. Eggleton, Faulkner et Flannery (1973) ont proposé des formules approchant les intégrales de Fermi-Dirac concernant la densité, la pression et l'énergie interne du gaz d'électrons. L'intérêt de ces expressions est la simplification du calcul des intégrales et donc le gain en temps de calcul. De plus comme il n'y a pas de tables on n'est jamais confronté à des problèmes d'interpolation qui pourraient gêner la convergence (*cf.* section 3.2.2).

Tout comme l'équation de Saha, EFF fait l'approximation que les ions et les atomes sont dans leur état fondamental « non-perturbé » par l'environnement et fait l'hypothèse que les éléments lourds sont complètement ionisés. EFF produit des transitions de phase non-physiques lorsqu'elle est utilisée hors de son domaine de validité. [Eggleton *et al.*, 1973] indiquent sur leur figure 1 le domaine à l'intérieur duquel leur équation d'état reste valable. On a repris les limites de ce domaine sur la Fig. 3.2 et des trajets évolutifs y ont été indiqués : EFF est valable pour le travail mené ici (au moins au centre des étoiles). On notera que les seuls éléments pour lesquels les taux d'ionisation sont calculés sont l'hydrogène et l'hélium, c'est une approximation, en toute rigueur on devrait calculer le degré d'ionisation de tous les éléments. Cela n'a cependant aucune influence sur les calculs d'évolution réalisés lors de ce travail.

La pression de radiation est prise en compte par la formule :

$$P_{rad} = \frac{a}{3} T^4$$

(c'est la densité volumique d'énergie électromagnétique) la constante a est la « constante de densité de radiation » : $a = 7{,}57 \times 10^{-16}$ J.m^{-3}.K^{-4}. Pour les étoiles qui vont m'intéresser en prenant un exemple à 4 $\mathcal{M}_\odot$, au centre où la pression de radiation est la plus forte :

$$P_{rad} \sim 10^{16} \text{ Pa}$$

alors que la pression totale (de l'ensemble gaz plus photons) vaut :

$$P_{tot} \sim 10^{18} \text{ Pa}$$

la pression de radiation va donc être au maximum de l'ordre de 1 % de la pression totale.

3.3.2 Atmosphère

Comme indiqué dans la section 2.2, lors de l'intégration des équations de la structure interne, la condition limite externe est prise dans un modèle simplifié d'atmosphère stellaire. CESAM propose un choix entre deux possibilités :

- un modèle d'atmosphère dit « à une couche »
- la reconstitution d'un modèle d'atmosphère plus complet en utilisant une loi $T(\tau)$ issue de « véritables » modèles d'atmosphère. Plusieurs de ces lois sont présentes dans le code source : la loi d'Eddington (*cf.* [Sobolev, 1990]), de Hopf (*cf.* [Mihalas, 1978], p.55 et 72), ou sortie de modèles construits à partir du programme de Kurucz à $T_{\text{eff}} = 5750$ K (valeur proche de la température effective du Soleil). J'ai utilisé la loi $T(\tau)$ d'Eddington pour sa simplicité (donc peu de temps de calcul consommé) et surtout la robustesse qu'elle confère aux calculs :

$$T^4(\tau) = \frac{1}{2} T_{eff}^4 \left(1 + \frac{2}{3}\tau\right)$$

On va maintenant exposer brièvement le principe de « reconstitution » de l'atmosphère d'une étoile. L'objectif étant d'obtenir P_{ext} et T_{ext} introduit au paragraphe 2.2.

Modèle à une couche

On écrit les équation très simplifiées d'un modèle d'atmosphère stellaire :
– équilibre hydrostatique :

$$\frac{dP}{d\tau} = G\frac{m}{\kappa r^2} \sim \frac{0-P}{0-\tau}$$

avec τ la « profondeur optique ». Si on choisit la valeur de $\tau_\star$ (surface de l'étoile) on a alors pour $m = \mathcal{M}_\star$, $r = \mathcal{R}_\star$ et $P = P_{ext}$ est déterminée.
– puissance en sortie de l'étoile :

$$\mathcal{L}_\star = 4\pi\mathcal{R}_\star^2\sigma T_{ext}^4$$

connaissant $\mathcal{L}_\star$ et $\mathcal{R}_\star$ la température T_{ext} (appelée aussi « température effective » et notée T_{eff}) est fixée.

Modèle avec « reconstitution d'atmosphère »

Pour améliorer la précision des calculs on peut écrire un système d'équations pour l'atmosphère stellaire :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial \tau} = G\dfrac{m}{\kappa r^2} \\[2ex] \dfrac{\partial r}{\partial \tau} = -\dfrac{1}{\kappa\rho} \\[2ex] \dfrac{\partial m}{\partial \tau} = -\dfrac{4\pi r^2}{\kappa} \end{cases}$$

avec comme conditions limites :

$$\begin{cases} \rho(\tau_{min}) = \rho_{ext} \\[2ex] m(\tau_\star) = \mathcal{M}_\star \\[2ex] r(\tau_\star) = \mathcal{R}_\star \\[2ex] T_{\text{eff}} = T(\tau_\star) \end{cases}$$

ρ_{ext}, τ_{min} et $\tau_\star$ respectivement : masse volumique et profondeur optique à l'extérieur de l'étoile, profondeur optique à l'endroit où on définit le rayon de l'étoile. Ce sont des paramètres dont on fixe les valeurs. Typiquement : $\rho_{ext} = 3 \times 10^{-12}$ kg.m^{-3}, $\tau_{min} = 10^{-4}$ et $\tau_\star \sim 2/3$.

3.3.3 Représentation de la convection

CESAM incorpore une version « classique » de la théorie de la longueur de mélange, les limites des zones convectives étant localisées grâce au critère de Schwarzschild. Comme on le verra dans le section 4.7 du chapitre 4, j'ai implanté dans le code le « critère de Roxburgh » plus général et totalement indépendant du critère de Schwarzschild. Ce nouveau critère sera utilisé dans la deuxième partie de l'article 1.

4

Développements personnels du code de structure interne

4.1 Introduction

Les étoiles céphéides sont un stade avancé de l'évolution des étoiles de masse intermédiaire. L'auteur de CESAM : Pierre Morel, collaborant avec des astrophysiciens en majorité spécialisés dans les modèles de Soleil ou d'étoiles de petite masse, le code avait au début de ma thèse une physique incomplète pour aller jusqu'au stades céphéides. En effet, le Soleil comme la plupart des étoiles peu massives se trouve sur la séquence principale où il brûle de l'hydrogène en son cœur. Les céphéides quant à elles ont épuisé leur hydrogène central et brûlent de l'hélium dans leur cœur. Les développements majeurs nécessaires à la réalisation d'évolutions stellaires atteignant le stade « céphéide » étaient donc :

- compléter le réseau de réactions nucléaires pour avoir une combustion de He et de H, cette dernière via le cycle CNO plus réalistes
- étendre le nombre d'éléments chimiques pris en compte (en particulier incorporer ceux impliqués dans les réactions nucléaires ajoutées)
- introduire les opacités compatibles avec la composition chimique d'un milieu où de l'hélium est transformé en carbone et oxygène via des réactions de fusion nucléaire

J'ai également apporté d'autres développements dont le plus important est l'implantation du « critère de Roxburgh » pour déterminer la taille d'un cœur convectif. Les autres modifications sont d'ordre numérique et informatique : gestion du pas de temps (le passage vers les stades céphéides est plus délicat qu'une évolution sur la séquence principale) et données fournies par le programme. A toutes ces interventions sur le code de structure interne s'est ajoutée la mise au point de programmes d'analyse de données, de dessins, automatisations diverses. Le tout pour un total d'environ 17 000 lignes d'instructions, majoritairement de `FORTRAN` mais aussi en `Bourne Again Shell` ou `Maple`. Ceci sur plateformes `PC/Linux` et `DEC Alpha/Unix`.

4.2 Les taux de production d'énergie nucléaire

Pour la réaction nucléaire $i \to j$ le taux massique de production d'énergie ϵ_{ij} (J.s^{-1}.kg^{-1}) est :

$$\epsilon_{ij} = \frac{r_{ij}}{\rho} \times e_{ij}$$

avec r_{ij} défini par Eq. 2.11 :

$$r_{ij} = \frac{1}{1+\delta_{ij}} n_i n_j < \sigma \mathcal{V} >_{ij}$$

e_{ij} est l'énergie (J) produite au cours d'une réaction $i \to j$. En combinant ces équations on obtient :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{1+\delta_{ij}} e_{ij} \rho \frac{X_i X_j}{m_i m_j} < \sigma \mathcal{V} >_{ij} \tag{4.1}$$

comme indiqué en Sect. 2.1.2 les quantités à connaître sont les $< \sigma \mathcal{V} >_{ij}$, elles sont fournies par différents auteurs. Pour les étoiles céphéides on a besoin de deux ensembles de réactions nucléaires :

- les réactions de fusion de l'hydrogène, qui donnent de l'hélium. On distingue deux processus de fusion de l'hydrogène :
  - les chaînes PP (proton-proton)
  - le cycle CNO où le carbone, l'azote et l'oxygène catalysent la fusion d'une manière analogue à ce qu'on rencontre en chimie

  Du point de vue de la production d'énergie le cycle CNO devient prédominant vers $\log T \gtrsim 7{,}2$. Si on regarde les Fig. 7.3(a) et Fig. 7.8 on constate que cela soit dans le cas d'une combustion au centre ou en couche, $\log T$ est toujours supérieur à 7,2. ϵ_{pp} a une dependence vis-à-vis de T grossièrement en T^ν avec $\nu \sim 3{,}5$ (vers $\log T \sim 7{,}3$) et ϵ_{cno} en T^ν avec $\nu \sim 13...23$. En conséquence pour les céphéides la production d'énergie par fusion d'atomes d'hydrogène va être très largement dominée par le cycle CNO, les chaînes PP ayant un apport négligeable. On va donc attacher un soin particulier au traitement du cycle CNO dans les modèles.
- les réactions de fusion de l'hélium, qui produisent ^{12}C et ^{16}O. Ces réactions sont essentielles car elles interviennent de façon décisive dans l'existence des céphéides. Elles se produisent dans le centre lorsque $\log T \gtrsim 8$, leur sensibilité à la température est énorme : en T^ν avec $\nu \sim 19...40$.

Les réactions de fusion du carbone et celles de l'oxygène ne seront pas prises en compte car elles ont lieu après le stade « céphéide ».

Le réseau des chaînes PP qu'on trouve dans la version d'origine de CESAM est quelque chose de classique qu'on peut trouver dans de nombreux ouvrages comme [Cox and Giuli, 1968], on a :

^{1}H(p,$e^+\nu$)^{2}H(p,γ)^{3}He	(^{3}He,2p)^{4}He		PP I
	(α,γ)^{7}Be	($e^-\nu$)^{7}Li(p,γ)^{8}Be(α)^{4}He	PP II
		(p,γ)^{8}B(,$e^+\nu$)^{8}Be(,α)^{4}He	PP III

Les sections efficaces de réaction (les $< \sigma\mathcal{V} >_{ij}$) sont celles données par [Caughlan and Fowler, 1988]. Li, Be et B sont pris à l'équilibre (*i.e.* $\partial X_i/\partial t = 0$) car leurs abondances ne varient que lors de la phase de « pré-séquence principale ».

Le tri-cycle CNO est représenté sur la figure suivante, les réactions que j'ai ajoutées sont entourées :

$$\boxed{\underline{(p,\gamma)}{}^{14}\mathrm{O}(e^+\nu)}$$

$$\underline{(p,\alpha)}{}^{12}\mathrm{C}\underline{(p,\gamma)}{}^{13}\mathrm{N}(e^+\nu)^{13}\mathrm{C}\underline{(p,\gamma)}{}^{14}\mathrm{N}$$

$$^{14}\mathrm{N}\underline{(p,\gamma)}{}^{15}\mathrm{O}(e^+\nu)^{15}\mathrm{N}$$

$$\underline{(p,\gamma)}{}^{16}\mathrm{O}\underline{(p,\gamma)}{}^{17}\mathrm{F}(e^+\nu)^{17}\mathrm{O}$$

$$\underline{(p,\alpha)}{}^{14}\mathrm{N}$$

$$\underline{(p,\gamma)}{}^{20}\mathrm{Ne}$$

$$\underline{(p,\gamma)}{}^{18}\mathrm{F}(e^+\nu)^{18}\mathrm{O} \qquad \underline{(p,\gamma)}{}^{19}\mathrm{F}(p,\alpha)^{16}\mathrm{O} \qquad \underline{(p,\alpha)}{}^{15}\mathrm{N}$$

Les réactions soulignées sont effectivement prises en compte, celles qui ne le sont pas sont suffisamment rapides pour être considérées comme instantanées. Toutes les sections efficaces sont de [Caughlan and Fowler, 1988] sauf :

- $^{17}\mathrm{O}(p,\alpha)^{18}\mathrm{F}$ de [Caughlan *et al.*, 1985]
- $^{17}\mathrm{O}(p,\alpha)^{14}\mathrm{N}$ de [Landré *et al.*, 1990]
-

Finalement la combustion de l'hélium est représentée par :

$$^{4}\mathrm{He}\underline{(\alpha,\gamma)}{}^{8}\mathrm{Be}(\alpha,\gamma)^{12}\mathrm{C}\underline{(\alpha,\gamma)}{}^{16}\mathrm{O}\underline{(\alpha,\gamma)}{}^{20}\mathrm{Ne}$$

$$^{17}\mathrm{O}\underline{(\alpha,n)}{}^{20}\mathrm{Ne}\underline{(\alpha,\gamma)}{}^{24}\mathrm{Mg}$$

$$^{13}\mathrm{C}\underline{(\alpha,n)}{}^{16}\mathrm{O}$$

$$^{14}\mathrm{N}\underline{(\alpha,\gamma)}{}^{18}\mathrm{F}(\beta\nu)^{18}\mathrm{O}\underline{(\alpha,\gamma)}{}^{22}\mathrm{Ne} \qquad \underline{(\alpha,n)}{}^{25}\mathrm{Mg} \qquad \underline{(\alpha,\gamma)}{}^{26}\mathrm{Mg}$$

Ici aussi toutes les réactions non-soulignées sont prises comme étant instantanées. Les sections efficaces sont fournies par [Caughlan and Fowler, 1988] à l'exception de : $^{12}\mathrm{C}(\alpha,\gamma)^{16}\mathrm{O}$ qui provient de [Caughlan *et al.*, 1985].

Globalement le réseau des réactions nucléaires a été repris de [Schaller *et al.*, 1992] qui eux suivent [Maeder, 1983]. Pour la réaction $^{12}\mathrm{C}(\alpha,\gamma)^{16}\mathrm{O}$ [Schaller *et al.*, 1992] choisissent comme source [Caughlan *et al.*, 1985] qui est augmentée d'un facteur 3 par rapport à [W.A. Fowler, 1975]. Bien que les travaux plus récents de [Caughlan and Fowler, 1988] trouvent pour cette réaction un taux voisin de celui de 1975, l'ancienne valeur (1985) a été conservée car :

- des expériences de [Redder *et al.*, 1987], [Plaga *et al.*, 1987] et [Kettner *et al.*, 1982] confirment la valeur élevée de la section efficace
- des modèles théoriques de [Descouvemont, 1989] sont également compatibles avec la valeur de [Caughlan *et al.*, 1985]
- les modèles d'abondances de la supernovae 1987 favorisent nettement la valeur de [Caughlan *et al.*, 1985] (*cf.* [Thielemann *et al.*, 1990]

$^{17}O(p,\alpha)^{14}N$ et $^{17}O(p,\gamma)^{17}F$ sont obtenus de recherches plus récentes de [Landré *et al.*, 1990].
Au total, j'ai fait passer le nombre de réactions nucléaires de 17 à 30 et le nombre d'éléments chimiques dont les abondances sont calculées à chaque instant de 9 à 19. On va maintenant s'intéresser au traitement de la composition chimique par le code.

4.3 Calcul de la composition chimique initiale

4.3.1 Introduction - définitions

On aborde dans ce paragraphe un aspect aussi simple que crucial : la nature et les abondances respectives des éléments chimiques à prendre en compte dans les modèles stellaires. On appelle « composition chimique initiale » l'ensemble des fractions massiques (pourcentages en masse) des espèces chimiques présentes dans une étoile immédiatement avant l'amorçage des premières réactions nucléaires. L'astre se trouve alors sur la « ZAMS ».

L'étoile est alors supposée chimiquement homogène, on notera :
- X_0 : la fraction massique initiale d'hydrogène
- Y_0 : la fraction massique initiale d'hélium (^{4}He très majoritairement et ^{3}He)
- Z_0 : la fraction massique initiale totale de tous les éléments plus lourds que l'hélium (on parle de « métallicité »)

On a la relation évidente :

$$X_0 + Y_0 + Z_0 = 1$$

Le choix des valeurs de X_0, Y_0 et Z_0 est très important car elles influent considérablement sur les caractéristiques générales de l'évolution de l'étoile. En effet :
- X_0 représente le réservoir de « carburant » : l'hydrogène
- Z_0 contient C, N et O : les éléments qui vont catalyser la fusion de l'hydrogène, pour les étoiles qui m'intéressent

4.3.2 Choix de Y_0 et Z_0

La surface des étoiles n'est généralement pas assez chaude pour exciter les raies d'émission des atomes d'hélium et permettre ainsi la mesure d'abondance par des moyens spectroscopiques. Par contre on a accès à des valeurs d'abondances pour certains éléments lourds : Fe notamment qui sert d'indicateur de valeur pour Z_0.

La composition chimique primordiale (*i.e.* celle issu du « Big Bang » et donc antérieure à la première génération d'étoiles) ne contient pas de métaux[1]. L'enrichissement du milieu interstellaire en hélium et en éléments lourds se fait par accumulation des espèces crées principalement par fusion dans les étoiles et lors des phénomènes cataclysmiques comme les novae et super-novae. Ces dernières libèrent dans l'espace les éléments créés pendant la vie de l'étoile. Il y a aussi enrichissement par des phénomènes moins violents comme les vents issus des étoiles massives. Cette description de l'évolution chimique du

1. Par abus de langage l'astrophysicien appelle « métaux » les éléments plus lourds que He.

milieu interstellaire est très schématique, les processus réels sont complexes et souvent mal compris.

On admet généralement qu'on a une relation :

$$Y_0 \sim Y_p + \frac{\Delta Y}{\Delta Z} \times Z_0$$

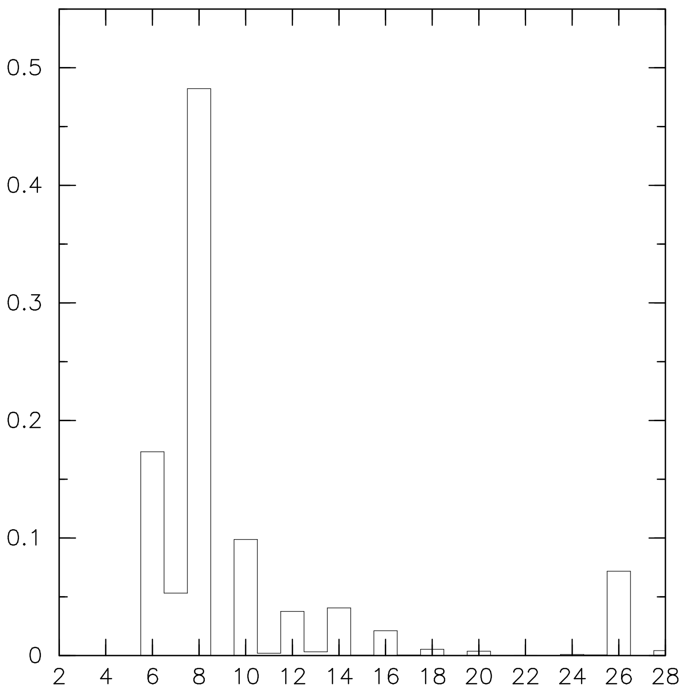


FIG. 4.1 – *Abondances des éléments lourds suivant [Grevesse and Noels, 1993] en fonction du numéro atomique, on a pris $Z_0 = 1$.*

avec Y_p la fraction massique primordiale d'hélium et $\Delta Y/\Delta Z$ l'enrichissement en hélium dont la valeur est très incertaine. Les publications récentes proposent un $\Delta Y/\Delta Z$ autour de 2, qu'on retiendra comme « valeur standard ». Pour donner un ordre de grandeur sur l'incertitude : $\Delta Y/\Delta Z \sim 5$ n'est pas scandaleux (incertitude relative de l'ordre de $\sim 100 - 200$ %).

Dans le Petit Nuage de Magellan, on a :

$$Z_0 \sim 0{,}004$$

en prenant un hélium primordial $Y_p = 0{,}243$ ([Izotov *et al.*, 1997]) on obtient :

$$Y_0 = 0{,}251$$

et donc : $X_0 = 0{,}745$, $Y_0 = 0{,}251$ et $Z_0 \sim 0{,}004$.

4.3.3 Abondances des éléments lourds

Mis à part le cas du Soleil on ne connait pas les $X_{0,i}$ (fractions massiques initiales) des éléments ; dans les situations les plus favorables on a une information plus ou moins fiable sur quelques éléments.

Dans le cas du Soleil on dispose de la compilation de résultats de [Grevesse et Noels, 1993] généralement désignée sous le label « GN93 ». Cet article est une mise à jour de [Anders et Grevesse, 1989] avec en particulier de nouvelles abondances pour le carbone, l'azote, l'oxygène et le fer. Les abondances sont données sous forme de rapports du nombre de particules de l'élement x sur le nombre d'atomes d'hydrogène. Les fractions massiques des éléments lourds pour un « mélange GN93 » ont été représentées sur la Fig. 4.1, on remarque la prédominance de C, N, O, Ne et Fe ($\mathscr{Z} = 26$).

Pour le calcul des $X_{0,i}$ dont la somme donne Z_0, j'ai retenu le principe suivant :
- je tiens compte des espèces : ^{12}C, ^{13}C, ^{13}N, ^{14}N, ^{15}N, ^{16}O, ^{17}O, ^{18}O, ^{19}F, ^{20}Ne, ^{22}Ne, ^{24}Mg, ^{25}Mg, ^{26}Mg, ^{21}Ne, ^{23}Na, Al, Si, P, S, Cl, Ar, K, Ca, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co et Ni, les autres sont dans des quantités négligeables
- je calcule les rapports de nombres de particules $R_i = N_i/N_{^{12}\mathrm{C}}$ pour tous les éléments i
- ensuite comme :
  - $X_{0,i} = m_i \times N_i$ avec N_i le nombre d'atomes i dans 1 kg de matière et m_i la masse d'une particule i
  - $\sum_i X_{0,i} = Z_0$

  j'obtiens $N_{^{12}\mathrm{C}}$ par :

$$N_{^{12}\mathrm{C}} \times \sum_i m_i \times \frac{N_i}{N_{^{12}\mathrm{C}}} = Z_0$$

  connaissant $N_{^{12}\mathrm{C}}$ on connaît tous les N_i et donc tous les $X_{0,i}$.

Pour un Z_0 différent de la valeur solaire (*i.e.* ∼0,02), j'utilise le même algorithme, les rapports d'abondances des éléments lourds sont donc conservés. On notera cependant qu'il n'y a aucune preuve pour que ces rapports se conservent d'une galaxie à l'autre (il est probable que ce « mélange » d'éléments lourds soit sensiblement identique dans les différentes régions du disque de notre galaxie, par contre pour les Nuages de Magellan on est assez pauvre en informations.

Dans le code « brut » de CESAM (version 3.2.0.0) -du fait de son application antérieure essentiellement galactique- le sous-programme chargé de délivrer les abondances initiales fournissait une composition quasi-solaire quelque soit les valeurs de X_0 et Y_0. Ceci avec pour conséquence de donner pour le Petit Nuage de Magellan (*i.e.* Z_0 ∼0,004) des trajets évolutifs très différents de ceux trouvés par les autres équipes.

J'ai donc supprimé le sous-programme en question et incorporé l'algorithme ci-dessus décrit, avec en plus des options permettant de travailler individuellement sur les $X_{0,i}$ (*cf.* article 2).

4.3.4 Rapports isotopiques

En ce qui concerne les rapports isotopiques on a suivi [Maeder, 1983] qui prend les valeurs déterminées lors d'observations radioastronomiques du milieu interstellaire du voisinage solaire. Ainsi :

- $^{3}He/H = 10^{-5}$ en nombre donné par [Reeves, 1974]
- $C/^{13}C = 60$ (en nombre) d'après [Wannier, 1980]
- $^{14}N/^{15}N = 300$ qui est le rapport trouvé pour la Terre, le Soleil et le milieu interstellaire local
- $O/^{18}O = 500$ qui est également le rapport trouvé pour la Terre, le Soleil et le milieu interstellaire local (*cf.* [Wannier, 1980])
- $^{18}O/^{17}O = 3{,}2$ valeur observée dans le disque galactique
- $^{20}Ne/Ne = 88{,}89$ % les trois rapports isotopiques pour le néon proviennent de [Cameron, 1976]
- $^{21}Ne/Ne = 0{,}27$ %
- $^{22}Ne/Ne = 10{,}84$ %
- $^{24}Mg/Mg = 78{,}70$ % les trois rapports isotopiques pour Mg viennent de la même source [Cameron, 1976]
- $^{25}Mg/Mg = 10{,}13$ %
- $^{26}Mg/Mg = 11{,}17$ %

4.4 Opacités

L'opacité κ du milieu stellaire ($m^2.kg^{-1}$) rend compte de façon moyenne de l'interaction entre le rayonnement et la matière. L'opacité est une donnée de première importance pour l'astrophysicien. Il existe dans la littérature (*e.g.* [Kippenhahn and Weigert, 1990]) des formules analytiques donnant κ, mais elles sont beaucoup trop approximatives pour pouvoir envisager de construire le moindre modèle sérieux. Il existe maintenant depuis une vingtaine d'années des tables d'opacités (*e.g.* [Cox and Tabor, 1976]). Les principaux ingrédients physiques nécessaires à l'élaboration de telles tables peuvent être trouvés dans [Clayton, 1968] (chap. 3) et [Cox and Giuli, 1968] chap. 16, il s'agit bien sûr d'électromagnétisme et de physique atomique.

La première équipe a avoir calculé des tables d'opacité est celle du Los Alamos National Laboratory (LANL) où l'étude des opacités a été menée avec comme préoccupation première la mise au point des bombes thermonucléaires. Deux autres équipes ont ensuite recalculé des tables : celle du Lawrence Livermore National Laboratory qu'on désigne par « OPAL » et une équipe internationale dite « Opacity Project » (« OP », [Seaton *et al.*, 1994]).

A l'origine CESAM possédait uniquement des tables relativement anciennes, j'en ai donc implantées de plus récentes comme on va le voir.

4.4.1 Tables d'opacité à haute température et faible métallicité ($Z < 0{,}10$)

Pour des températures supérieures à 6000 K j'utilise les tables « OPAL 96 » qui sont les opacités du laboratoire de Livermore révisées en 1996. La référence correspondante est [Iglesias and Rogers, 1996]. OPAL96 est une version améliorée de OPAL92 : la composition chimique tient compte des nouvelles déterminations d'abondances réunies dans [Grevesse and Noels, 1993]. Le domaine de validité de ces tables est :

$$0{,}0 \leq X_0 \leq 1{,}0$$

$$0{,}0 \leq Z_0 \leq 0{,}1$$

$$-8 \leq \log R \leq +1$$

avec X_0 et Z_0 définis en section 4.3 et $R = \rho/T_6^3$ où $T_6 = T/10^6$. Cette quantité R peut paraître « exotique », c'est en fait une astuce destinée à couvrir un large domaine astrophysique en $(\rho{,}T)$ sans avoir à construire des tables rectangulaires en $(\rho{,}T)$ dans lesquelles une partie de l'information serait inutilisée.

On remarquera que dans un cœur de céphéide où il y a production de ^{12}C et ^{16}O la fraction massique d'éléments lourds Z augmente à partir de Z_0 (valeur initiale) pour atteindre finalement 1. Utiliser une opacité avec $Z = 0.1$ (valeur maximale des tables OPAL96) calculée en supposant des rapports d'abondances identiques à ceux de GN93 (*cf.* section 4.3) est **incohérent** car cette métallicité a été enrichie en ^{12}C et ^{16}O par la fusion de He. J'ai donc construit des tables d'opacités adaptées à ce cas de figure (*cf.* section 4.4.4).

Le sous-programme « OPAL96 » avec ses tables m'a été communiqué par Yveline Lebreton qui l'avait installé dans une version de CESAM plus ancienne que 3.2.2.0. L'adaptation à CESAM 3.2.2.0 a été très rapide.

4.4.2 Tables d'opacités pour les basses températures ($\leq$ 6000 K)

Les plus récentes tables d'opacité tenant compte des bandes d'absorption moléculaire se manifestant aux basses températures sont celles de [Alexander and Ferguson, 1994]. Comme « OPAL96 » ces données étaient incluses dans le « package » d'Yveline Lebreton.

4.4.3 Opacités conductives

L'« opacité conductive » n'est pas une opacité au sens strict, comme on l'a indiqué au paragraphe 2.1.2 du chapitre 2 on introduit la conductibilité thermique du milieu dans l'équation de transfert sous la forme d'une grandeur homogène à une opacité. La formule utilisée pour la conduction thermique est celle de [Iben, 1975].

4.4.4 Tables d'opacités pour la fusion de He

Comme précédemment rappelé, lorsque la fusion de He est active il y a production de ^{12}C et ^{16}O. Dans ce cas j'écris la composition chimique en utilisant les variables suivantes :

- X la fraction massique d'hydrogène, dans le cœur d'une céphéide $X = 0$
- Y la fraction massique d'hélium
- Δ^{12}C qui est l'écart en fraction massique de ^{12}C par rapport à la valeur initialement contenue dans Z_0
- Δ^{16}O : même chose avec ^{16}O
- Z_0 : la métallicité initiale

La fraction massique d'hélium Y (au centre) varie au cours de l'évolution de la céphéide de $1 - Z_0$ à 0. J'ai donc construit des tables pour 3 valeurs de Z_0 (dans chaque « Z_0 » j'ai sommé les fractions massiques des éléments fournis par GN93 en conservant leurs proportions relatives). Ces valeurs de Z_0 sont : 0,02 (valeur galactique), 0,008 (valeur typique du Grand Nuage de Magellan) et 0,004 (valeur typique du Petit Nuage de Magellan).

Une procédure spécialisée permet de faire des interpolations multidimensionnelles en ρ, T, Δ^{12}C, Δ^{16}O, Y_0 et Z_0. Pour construire les tables j'ai utilisé le serveur Web du laboratoire de Los Alamos :

`http://t4.lanl.gov/tops.html`

Serveur -aujourd'hui disparu[2]- qui permettait d'établir des tables pour une composition chimique (spécifiée élément par élément) au choix de l'utilisateur. Ces opacités sont à l'origine celles de [Huebner *et al.*, 1977] améliorées au cours du temps, la dernière révision ayant été menée par [Magee *et al.*, 1995].

Avec ces tables d'opacité, j'ai tenté d'avoir une modélisation la plus réaliste possible du cœur des céphéides. J'ai remarqué que les différents groupes produisant des évolutions stellaires étaient très discrets quant à ce qu'ils utilisent lors de la fusion de He, *e.g.* [Bono *et al.*, 2000] et [Alibert *et al.*, 1999] pour citer des travaux récents.

4.5 La perte de masse

Dans sa version de départ, CESAM permettait la prise en compte d'une perte de masse à taux fixe :

$$\frac{d\mathcal{M}_\star}{dt} = \text{Constante}$$

Comme on va le voir, j'ai écrit un sous-programme permettant l'utilisation d'un modèle de perte de masse plus réaliste.

Toutes les étoiles perdent de la matière au cours de leur vie. On distingue deux phénomènes différents :

- la conversion en énergie d'une fraction de la masse via les réactions nucléaires (selon

2. probablement parce qu'OPAL propose maintenant le même service avec des données plus récentes

la plus célèbre formule de la physique : $\Delta E = \Delta m \times c^2$), je noterai ce type de perte de masse $\dot{\mathcal{M}}_{conv}$.

- les processus de transport de matière depuis les couches les plus externes de l'étoiles vers le milieu interstellaire, cette perte de masse sera notée $\dot{\mathcal{M}}_{trans}$.

Les mécanismes impliqués dans la perte de masse par transport sont complexes et en général assez mal compris. Il existe des formules interpolant les observations, on suit la procédure adoptée par [Maeder, 1990] : le taux de perte de masse $\dot{\mathcal{M}}_{trans}$ est donné par [Nieuwenhuijzen and de Jager, 1990] :

$$\log(-\dot{\mathcal{M}}_{trans}) = -7.93 + 1.64 \log(L/L_\odot) + 0.16 \log(M/M_\odot) - 1.61 \log T_{eff} \tag{4.2}$$

La dépendance en $\log(L/L_\odot)$ et $\log T_{eff}$ de cette relation a été établie par de [Jager *et al.*, 1988] à partir des données concernant un échantillon de 271 objets de Population I ($Z_0 \sim 0.02$) de types spectraux compris entre O et M.

Cette formule d'interpolation est assez précise, [Jager *et al.*, 1988] en donnent une plus précise mais n'incluant pas la variation en $M/M_\odot$.

Pour des métallicités (Z) différentes de celle correspondant à la Population I ($Z_0 \sim 0.02$) on applique la correction suivante :

$$\dot{M}_Z / \dot{M}_{Z_0} = (Z/Z_0)^\eta$$

Comme [Schaller *et al.*, 1992] on prend la valeur conseillée par [Kudritzki *et al.*, 1987] :

$$\eta = 0.5$$

Cette valeur est en accord avec les modèles de vents stellaires de [Kudritzki *et al.*, 1989] pour les étoiles O. Pour les supergéantes et en particulier les supergéantes rouges il n'y a pas encore de données fiables concernant les variations de $\dot{M}$ avec Z.

Dans ce travail on a négligé la conversion de masse en énergie devant la perte de plasma. Pour justifier cela, examinons les ordres de grandeur. Une étoile de 4 $\mathcal{M}_\odot$ sur la séquence principale du SMC a une luminosité de l'ordre de $\mathcal{L}_\star \sim 400\mathcal{L}_\odot$ pendant environ $\Delta t \sim 100$ millions d'années. L'énergie produite est donc : $E \sim \mathcal{L}_\star \times \Delta t$, la perte de masse induite est donc de l'ordre de :

$$\frac{\Delta m}{\mathcal{M}_\odot} \sim \frac{E}{\mathcal{M}_\odot c^2} \sim 7 \times 10^{-4}$$

Dans le cas de la perte de masse produite par la formule 4.2 mes simulations ont montré que pour des étoiles de 3 $\mathcal{M}_\odot$ à 7 $\mathcal{M}_\odot$ (approximativement le domaine des céphéides) montraient un allègement compris entre 0,2 % et 1,4 %, ce qui est bien supérieur à l'ordre de grandeur de $\dot{\mathcal{M}}_{conv}$. On gardera cependant à l'esprit le caractère approximatif de cette formulation d'origine semi-empirique de la perte de masse par transport.

4.6 Gestion du pas de temps

Pour la façon de faire générale et les nouvelles options installées, le lecteur pourra se reporter à l'annexe B où je détaille la « réalisation pratique » d'un calcul d'évolution.

4.7 Le critère de Roxburgh

Le « critère de Roxburgh » a pour objet l'estimation de la taille d'une zone convective lorsque celle-ci est au cœur de l'étoile. Ce critère a pour objectif de se substituer au critère de Schwarzschild.

Dans sa première formulation, le critère de Roxburgh a été publié par [Roxburgh, 1978], il a été repris ensuite par [Roxburgh, 1989] pour répondre à des critiques de [Baker et Kuhfuβ, 1987]La validité du critère y est confirmée : il s'applique à un cœur présentant une convection adiabatique, de plus la prise en compte de la dissipation visqueuse a été incluse.

L'hypothèse de « convection adiabatique » semble bien vérifiée par ce qu'on connaît des étoiles : les données sismologiques du Soleil indiquent une zone convective externe (qui n'est cependant pas un cœur convectif) proche de l'adiabaticité, les modèles d'étoiles présentant un cœur convectif et construits à l'aide de la « MLT » montrent une convection adiabatique. Bien sûr la « MLT » pourrait indiquer de façon totalement erronée cette adiabaticité. Cependant si les étoiles réelles avaient des cœurs convectifs avec transport fortement non-adiabatique cela entraînerait des structures stellaires très différentes dont nos modèles avec « MLT » ne pourraient absolument pas rendre compte.

On va rappeler les grandes lignes de la démonstration du « critère de Roxburgh ». D'une façon générale, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$T\left(\frac{\partial}{\partial t}(\rho s)+\overrightarrow{\nabla}.(\rho s\overrightarrow{v})\right)==\rho\epsilon-\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{F}_{rad}+\Phi \tag{4.3}$$

s est l'entropie massique (J.K^{-1}.kg^{-1}), $\overrightarrow{v}$ la vitesse du fluide, ϵ le taux de production d'énergie nucléaire, $\overrightarrow{F}_{rad}$ le flux d'énergie transporté par les photons et Φ l'énergie dissipée par la viscosité. On s'intéresse à la convection en régime stationnaire donc : $\partial/\partial t=0$, on pose $\rho\epsilon=\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{F}_{nuc}$ et on intègre l'Eq. 4.3 sur le volume V du cœur convectif :

$$\oiint \rho s\overrightarrow{v}.\overrightarrow{n}\,dS=\iiint\left(\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{F}_{nuc}-\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{F}_{rad}\right)\frac{dV}{T}+\iiint\frac{\Phi}{T}dV$$

avec S la surface délimitant le bord du cœur, par définition de la limite de la zone convective :

$$\oiint \rho s\overrightarrow{v}.\overrightarrow{n}\,dS=0$$

(la vitesse de la matière est nulle à la surface). L'analyse vectorielle donne :

$$\overrightarrow{\nabla}.(f\times\overrightarrow{A})=f\times\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A}+\overrightarrow{A}.\overrightarrow{\nabla f}$$

au bord du cœur : $\overrightarrow{F}_{nuc}.\overrightarrow{n} = \overrightarrow{F}_{rad}.\overrightarrow{n}$:

$$\iiint \frac{1}{T^2}(\overrightarrow{F}_{rad} - \overrightarrow{F}_{nuc}).\overrightarrow{\nabla T} dV = \iiint \frac{\Phi}{T} dV$$

Jusqu'à présent aucune approximation n'a été faite. Pour avoir quelque chose d'applicable aux modèles stellaires évoluant sur l'échelle de temps nucléaire on va faire une moyenne temporelle (la turbulence ayant une échelle de temps beaucoup plus courte). On peut montrer (*cf.* [Roxburgh, 1989]) que dans le cas d'une convection **adiabatique** :

$$\iiint (\overrightarrow{F}_{rad,0} - \overrightarrow{F}_{nuc,0})\frac{1}{T_0^2}\frac{dT_0}{dr} dV = \iiint \frac{\Phi_0}{T_0} dV \tag{4.4}$$

l'indice « 0 » indicant les valeurs moyennes temporelles.

J'ai implanté le calcul des intégrales de l'Eq. 4.4 avec différents modèles possibles pour Φ_0. L'application du « critère de Roxburgh » sera le sujet de la deuxième partie de l'article 1.

5

Évolution stellaire de la ZAMS à l'épuisement de l'hélium au centre

On va ici commenter les différentes phases traversées au cours du temps par un modèle d'étoile ayant les caractéristiques suivantes :

$$\mathcal{M} = 4{,}5\ \mathcal{M}_\odot$$
$$X_0 = 0{,}727\ Y_0 = 0{,}263\ Z_0 = 0{,}01$$

incluant de l'overshooting pour un montant $\alpha_{ov} = 0{,}2\mathrm{H}_P$. Les étoiles de masses intermédiaires ont des évolutions qualitativement identiques à ce qui va être montré dans ce chapitre. Les temps d'évolution entre deux points U et V seront notés τ_{UV} et exprimés en millions d'années. Les taux de production d'énergie nucléaire seront notés $\epsilon_{3\alpha}$ (combustion de l'hélium) et ϵ_{cno}, sur les figures pour des raisons de lisibilité on tracera $\log \epsilon_{3\alpha}$ et $\epsilon_{cno}/\epsilon_{max}$ avec ϵ_{max} la valeur maximale du taux de production d'énergie quelque soit le processus impliqué.

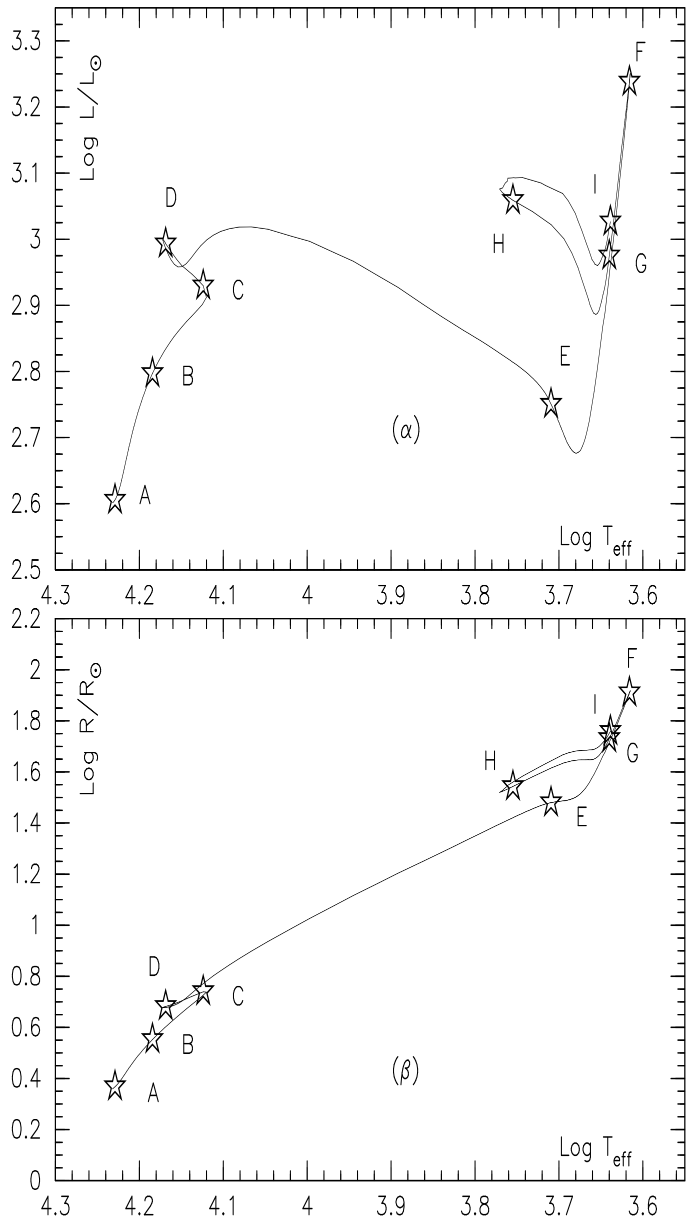


FIG. 5.1 – *Diagramme HR* (α) *et* $\log \mathcal{R}/\mathcal{R}_{\odot}$ *en fonction de* $\log T_{eff}$ (β).

Sur la figure 5.1 on a représenté le diagramme HR ((α)) et $\log \mathcal{R}/\mathcal{R}_{\odot}$ en fonction de $\log T_{eff}$ ((β)). Les symboles en forme d'étoile, repérés par des lettres (de A à I) signalent les modèles qu'on va examiner en détail.

Chronologiquement les phases évolutives se succèdent dans l'ordre A, B, ..., I.

Le tronçon (AD) est la séquence principale : l'étoile y brûle son hydrogène au centre, c'est la partie (AC) qui dure le plus longtemps : τ_{AC} = 112,3 Ma alors que τ_{CD} = 0,95 Ma. Une structure typique de la séquence principale est dessinée sur la figure 5.2(B) : en abscisse $m/\mathcal{M}_\star$ (m : variable lagrangienne[1] et $\mathcal{M}_\star$: la masse totale de l'étoile). Le contenu central en hydrogène (fraction massique X) est à peu près divisé par 2 par rapport à sa valeur initiale ($X_0 = 0{,}727$), cette combustion nucléaire se fait par le cycle CNO. Jusqu'à $m/\mathcal{M}_\star \sim 0{,}15$ on a $\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$. En conséquence le milieu est déclaré convectif donc chimiquement homogène, ce qu'on constate sur le dessin. Le surcroît d'homogénéité entre $m/\mathcal{M}_\star \sim 0{,}15$ et $\sim 0{,}20$ est l'effet de l'overshooting.

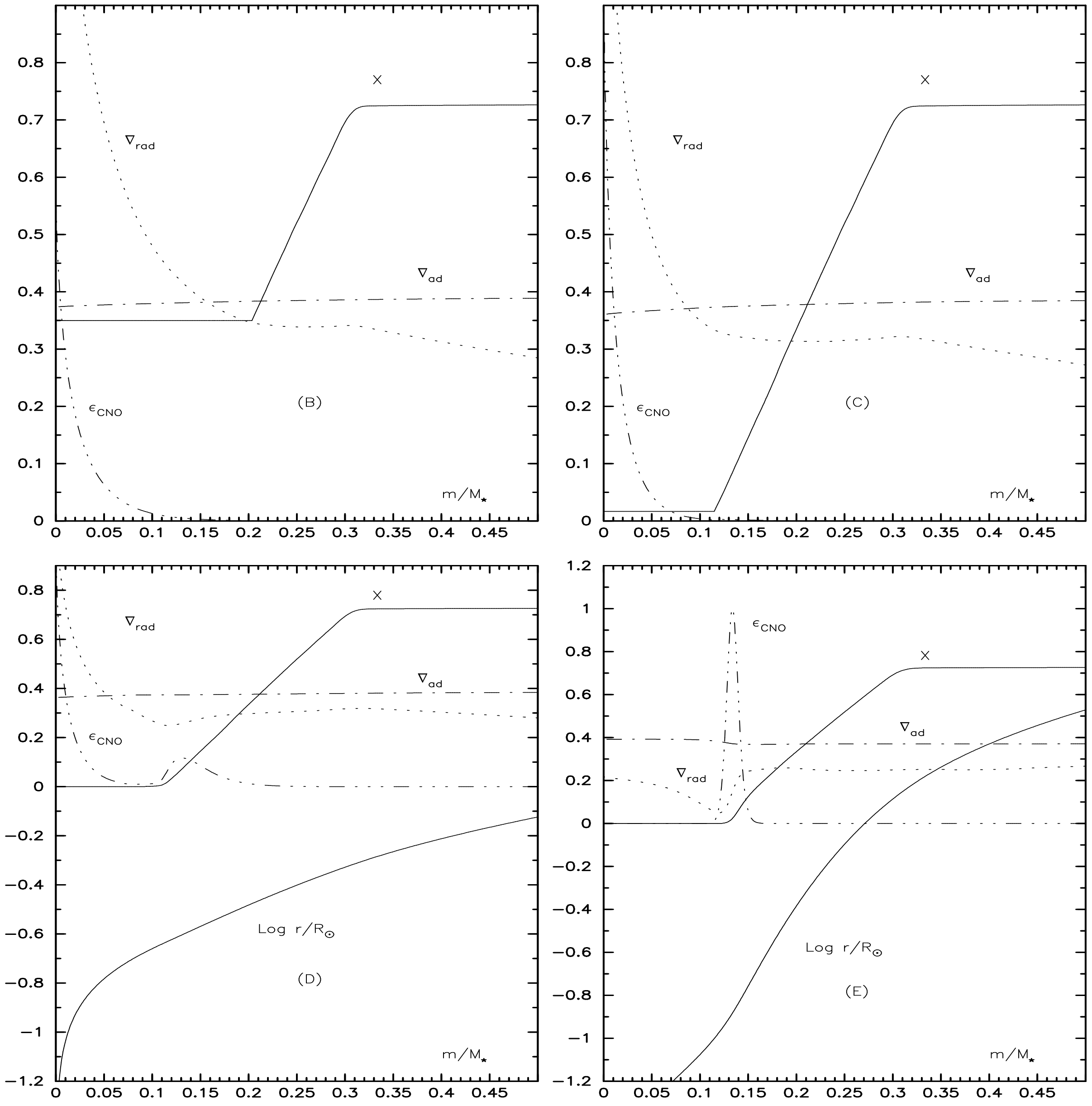


FIG. 5.2 – *Modèles d'étoiles de B à E correspondant aux étoiles de la Fig. 5.1.*

1. masse contenue dans la sphère de rayon r

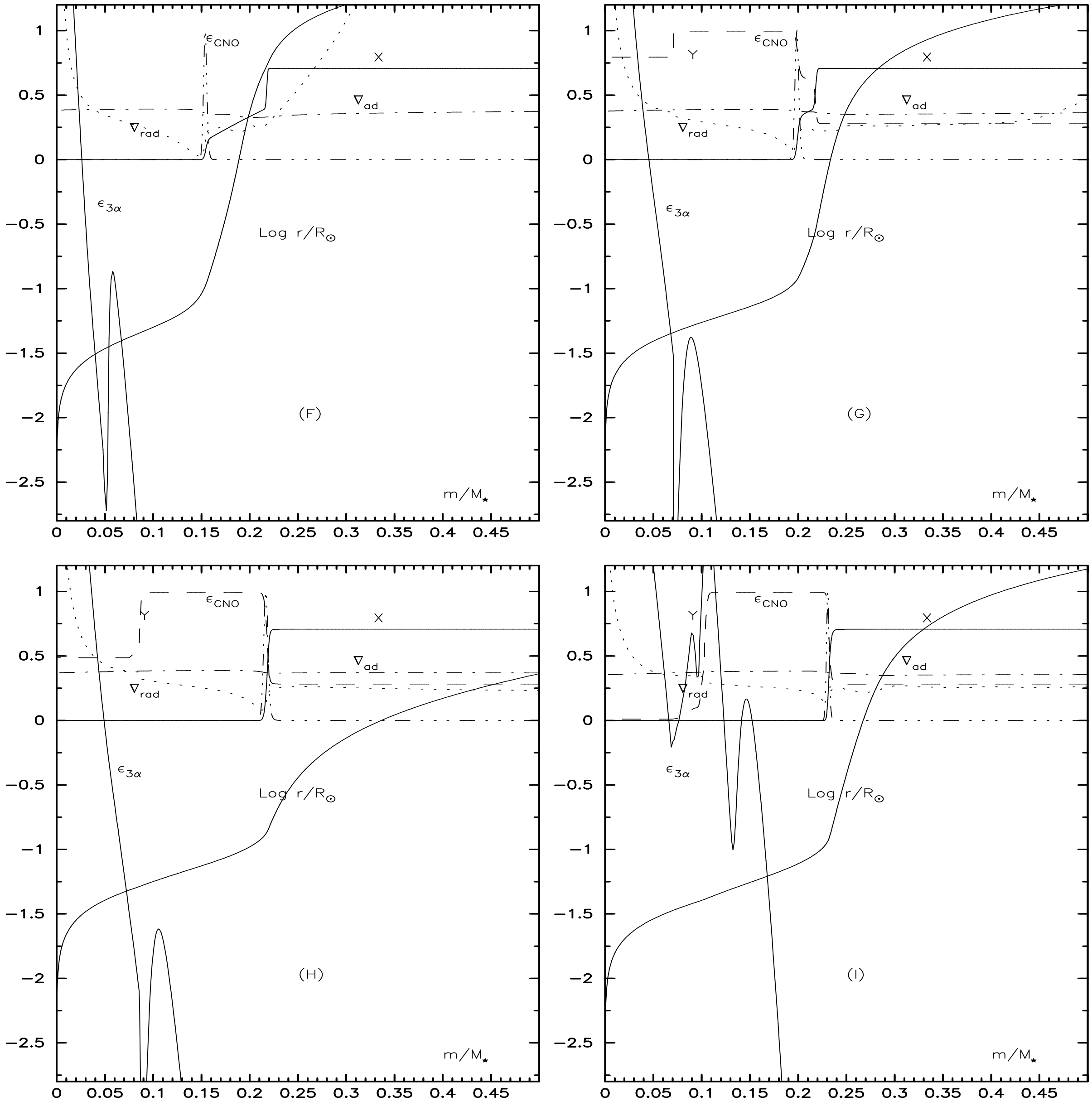


FIG. 5.3 – *Modèles d'étoiles de F à I correspondant aux étoiles de la Fig. 5.1.*

En C (*cf.* Fig. 5.2(C)) l'hydrogène central est presque épuisé ($X_c \sim 0{,}01$) la zone convective a régressé (limite vers $m/\mathcal{M}_\star \sim 0{,}1$). Au point (D) (Fig. 5.2(D)) le cœur convectif est encore plus petit et l'hydrogène commence à fusionner « en couche » (ce qui se traduit par la « bosse » de ϵ_{cno} au bas de la partie de croissance linéaire de X). A cet instant la dite « couche » est épaisse : $\Delta m/\mathcal{M}_\star \sim 0{,}1$.

Le trajet (DE) est beaucoup plus rapide que celui de la séquence principale : $\tau_{DE} = 0{,}75$ Ma. Pendant cette phase l'étoile, qui évolue suivant le temps de Kelvin-Helmholtz (*cf.*

chapitre 2, section 2.1.3) subit une forte dilatation globale. En effet sur la Fig. 5.1(β) on remarque qu'entre D et E $\log \mathcal{R}_\star/\mathcal{R}_\odot$ varie de $\sim 0{,}6$ à $\sim 1{,}5$ ce qui correspond à un facteur valant environ 8 sur le rayon. Sur la Fig. 5.2(E) on note que le cœur convectif n'existe plus et que la largeur de la « couche » où brûle H a diminué ($\Delta m/\mathcal{M}_\star \sim 0{,}05$), cette combustion au cours de (DE) a légèrement modifié le profil en X (inflexion au niveau de la couche CNO). De plus entre D et E le cœur s'est contracté : en D comme en E le bord de la zone $X = 0$ est à $\Delta m/\mathcal{M}_\star \sim 0{,}1$; par contre $\log r/\mathcal{R}_\odot$ passe de $\sim -0{,}65$ à $\sim -1{,}00$, soit une réduction d'un facteur 2 sur le rayon.

L'ascension de la branche des géantes (EF) se fait également très rapidement : $\tau_{EF} =$ 0,64 Ma. En (F) débutent les réactions de fusion de l'hélium dans le cœur ($\epsilon_{3\alpha}$) sur la figure 5.3(F), on remarquera la minceur de la zone de fusion de H (ϵ_{cno}) $\sim 0{,}01$ en $m/\mathcal{M}_\star$ et la formation d'un cœur convectif ($\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$) alors qu'on a une zone convective externe plongeant jusqu'à $\sim 0{,}2$ en $m/\mathcal{M}_\star$. De F à G environ 20 % de l'hélium central (*cf.* Y sur les figures) est consommé pendant une période de $\tau_{FG} = 4{,}1$ Ma. Le cœur ne se contracte plus : $\log r/\mathcal{R}_\odot \sim -1$ au niveau de la « couche » CNO.

En (H) la moitié de l'hélium a été convertie en carbone et oxygène, la région riche en hydrogène commence a être utilisée par le cycle CNO. L'étoile va retourner vers la branche des géantes. Au point (I) l'hélium a presque complètement disparu au centre et il commence à être brûlé en couche. La phase (FI) a duré $\tau_{FI} = 14{,}8$ Ma. La combustion de l'hélium au centre est donc environ dix fois plus rapide (pour ce modèle) que celle de l'hydrogène lors de la séquence principale.

6

A propos de l'extension des boucles bleues.

Sommaire

6.1 Appréhension de l'extension des boucles bleues 47
6.1.1 Approche phénomènologique 47
6.1.2 Ce qu'en disent d'autres auteurs 51
6.1.3 Une approche plus « physique » 53

6.1 Appréhension de l'extension des boucles bleues

Une étoile -quelle qu'elle soit- est un objet physique complexe où des phénomènes non-linéaires interagissent les uns avec les autres. La façon la plus complète d'obtenir de l'information sur un tel objet est de construire un modèle numérique en faisant le moins d'approximations possible. Cependant si on désire jouir d'un début de compréhension du système, il est nécessaire de dégager quelques paramètres aux variations simples et permettant d'appréhender le comportement du système dans sa globalité.

Dans les deux paragraphes qui vont suivre, un point de vue assez descriptif va d'abord être présenté. Il sera ensuite complété par une approche peut être plus « physique ». L'objectif est de discerner les quantités qui vont influer sur le stade céphéide.

6.1.1 Approche phénomènologique

De nombreux auteurs se sont penchés sur la question de l'extension des boucles bleues, nous allons ici reprendre la synthèse faite par [Kippenhahn and Weigert, 1990] des articles de [Lauterborn *et al.*, 1971a] et [Lauterborn *et al.*, 1971b]. Ces derniers ont exhibé une grandeur : « le potentiel effectif » qui permet d'appréhender phénoménologiquement l'extension des boucles bleues. On va rappeler leur démarche.

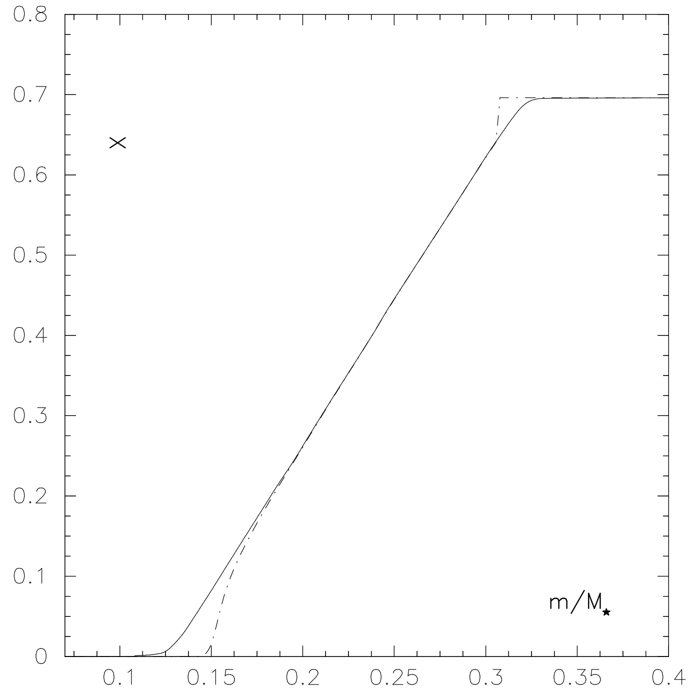


FIG. 6.1 – *Trait continu : fraction massique X d'hydrogène en fonction de $m/M_\star$ à la fin de la séquence principale (définie par $X_c = 0.001$), trait discontinu : idem mais juste au moment où la combustion de He débute au centre de l'étoile. Dans le bas de la courbe on remarque que la combustion de H en couche pendant les 380 000 années qui séparent les deux modèles a fait son effet. Dans la partie haute on note la trace de la pénétration de la couche convective externe durant le « dredge up ». Les caractéristiques du modèle sont : $\mathcal{M} = 6\mathcal{M}_\odot$, $Z_0 = 0.02$, $Y_0 = 0.283$, overshooting : $\alpha_{ov} = 0.2Hp$.*

On se place dans le domaine de masse des céphéides ($3\mathcal{M}_\odot \lesssim \mathcal{M} \lesssim 7\mathcal{M}_\odot$). L'évolution de ces objets lors de la boucle bleue est déterminée principalement par la production d'énergie nucléaire (l'énergie gravitationnelle est négligeable). On sépare par la pensée notre modèle d'étoile en deux régions :

- le cœur d'hélium créé lors de la séquence principale, de masse $\mathcal{M}_c$, de rayon $\mathcal{R}_c$ et de luminosité $\mathcal{L}_{3\alpha}$ produite par les réactions 3α de combustion de l'hélium au centre.
- l'enveloppe constituée par les couches supérieures. A la base de cette région l'hydrogène est consommé par le tricycle CNO, conduisant à une luminosité additionnelle $\mathcal{L}_{CNO}$.

La luminosité totale de l'étoile s'écrit donc :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{3\alpha} + \mathcal{L}_{CNO}$$

Lors de la phase qui nous intéresse la puissance totale produite par l'étoile est essentiellement due aux réactions du CNO, on fera donc l'approximation suivante :

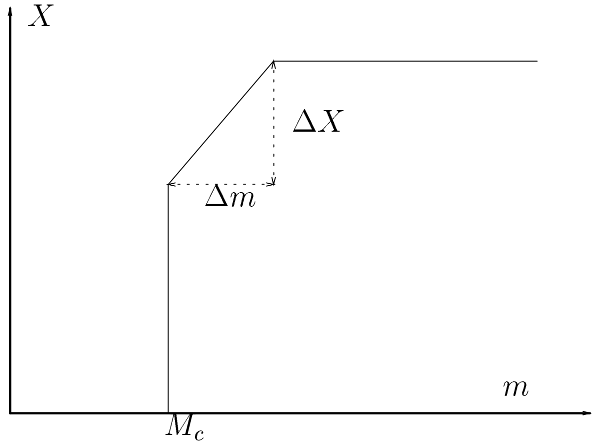


FIG. 6.2 – *Schématisation du profil en X d'une étoile. X est la fraction massique d'hydrogène, m la masse contenue dans une sphère de rayon r (variable langrangienne).*

$$\mathcal{L} \approx \mathcal{L}_{CNO}$$

Pour construire un modèle entier d'étoile on prend comme conditions limites au centre :

$$r = 0 \; \mathcal{L}_r = 0 \; m_r = 0$$

Ici on va calculer des modèles d'enveloppe, les conditions limites seront alors :

$$r = \mathcal{R}_c \quad \mathcal{L}_{\mathcal{R}_c} \approx \mathcal{L}_{CNO} \qquad m_r = \mathcal{M}_c$$

où $\mathcal{R}_c$ et $\mathcal{M}_c$ sont des paramètres libres.

Après la séquence principale, la combustion de l'hydrogène laisse un profile en X (fraction massique d'hydrogène) dont l'allure est donnée par la figure 6.1, ce qui peut être schématisé comme indiqué sur la figure 6.2. Nous avons donc maintenant quatre paramètres qui conduisent à un modèle d'enveloppe :

$$R_c,\ M_c,\ \Delta m \text{ et } \Delta X$$

On introduit alors le « potentiel effectif » du cœur d'hélium :

$$\Phi_{Coeur\,He} = h \times \frac{M_c}{R_c} \text{ (noté } \Phi \text{ dans la suite, et } \varphi \text{ sur la figure 6.3)}$$

le rapport M_c/R_c est à un facteur près le potentiel gravitationnel (ou énergie potentielle gravitationnelle) à la surface du coeur. h est une fonction de $(\Delta m,\Delta X)$ et représente l'influence de la composition chimique (allure des variations de X) sur l'enveloppe. La fonction h est normalisée à 1 pour $(\Delta m,\Delta X) = (0,0)$.

Des simulations ont menées à 5 $\mathcal{M}_\odot$ par [Lauterborn *et al.*, 1971a] avec $h = 1$ pour différentes valeurs de $\log M_c$ en faisant varier R_c. Les résultats sont

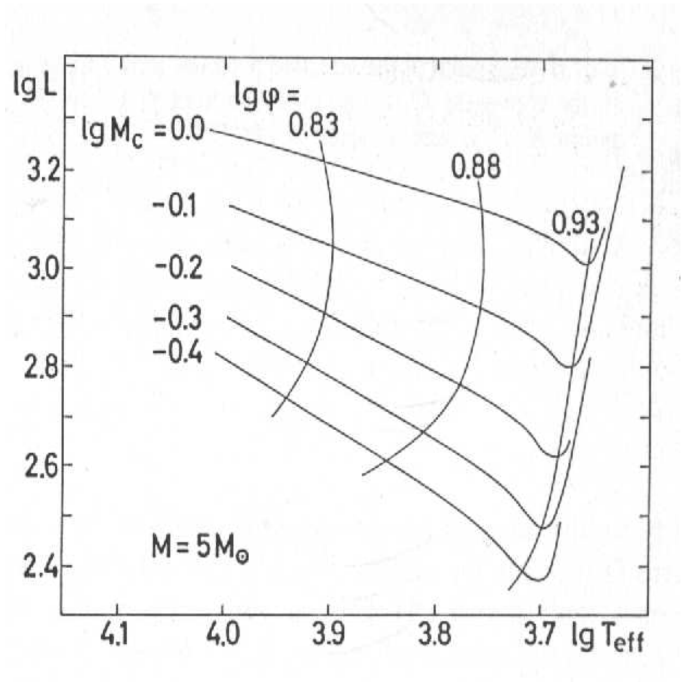


FIG. 6.3 – *Diagramme HR pour 5 $\mathcal{M}_\odot$ et $h = 1$. Pour chaque trajet évolutif* $\log M_c$ *est fixé et* $\log R_c$ *varie. Quelques lignes « iso-*$\log \Phi_{Coeur He}$ *» (le potentiel est noté φ sur la figure) ont été indiquées.*

représentés sur la Figure 6.3 (la figure 31.9 de [Kippenhahn and Weigert, 1990]). On constate plusieurs choses :

- pour 5 $\mathcal{M}_\odot$ et $h = 1$ il semble se dégager une valeur critique $(\log \Phi_{Coeur He})_{critique} \approx 0.93$ (pour 3 $\mathcal{M}_\odot$ et 7 $\mathcal{M}_\odot$ on trouve respectivement 0.83 et 0.99) en dessous de laquelle le modèle va « décoller » de la ligne d'Hayashi.
- plus $log\Phi_{Coeur He}$ est petit plus l'objet a une température effective élevée.

Cette grandeur $\Phi_{Coeur He}$ permet donc de repérer l'éloignement vers le bleu d'un modèle. On peut donc établir un critère. Pour une valeur donnée de la masse totale :

si à un instant de son évolution un modèle se trouve dans une situation où $\Phi_{Coeur He} < \Phi^{critique}_{Coeur He}$ alors il va s'écarter de la ligne d'Hayashi et ceci d'autant plus que $\Phi_{Coeur He}$ est petit

Les simulations numériques de [Lauterborn *et al.*, 1971a] et [Lauterborn *et al.*, 1971b] ont permis d'évaluer la fonction $h = h(\Delta m, \Delta X)$ qu'on définit telle que des modèles de compositions chimiques différentes soient à la même distance de la ligne d'Hayashi pour une valeur de $\log \Phi_{Coeur He}$ identique. Les auteurs ont montré que cette fonction pouvait être bien représentée par :

$$h = e^{\alpha \Delta m \times \Delta X}$$

avec α une constante. Les calculs montrent en outre que :

- $M_c/R_c \approx M_c^{0.4}$ pour $\Phi_{CoeurHe} < \Phi_{CoeurHe}^{critique}$
- $M_c/R_c \approx M_c^{0.25}$ pour $\Phi_{CoeurHe} > \Phi_{CoeurHe}^{critique}$

Discussion :

- au fur et à mesure que l'hydrogène est consommé en couche au bas de l'enveloppe le cœur d'hélium voit sa taille augmenter donc M_c croît. M_c/R_c est une fonction croissante de M_c donc ce processus tend à amener le modèle vers la ligne d'Hayashi.
- à la fin de la combustion de He au centre (pour fixer les idées : lorsque $Y_c < 0.1$) l'énergie produite par les réactions de fusion de He diminue et le cœur de l'étoile débute une nouvelle phase de contraction. R_c diminue, donc M_c/R_c augmente, ce phénomène a tendance lui aussi à rapprocher l'objet de la branche des géantes.
- il reste donc la fonction h pour rendre possible les boucles bleues. Lorsque la couche brûlant l'hydrogène avec le cycle CNO progresse vers l'extérieur de l'étoile M_c croît mais $\Delta m \times \Delta X$ décroît et donc $h \approx e^{\alpha \Delta m \times \Delta X}$ décroît. On a ici l'origine des boucles bleues.

Tout ceci est la vision exprimée dans [Lauterborn *et al.*, 1971a] et [Lauterborn *et al.*, 1971b]. On peut en faire quelques critiques. On peut d'abord s'étonner qu'en choisissant de négliger l'énergie gravitationnelle les auteurs raisonnent ensuite à partir d'une grandeur qui est une énergie potentiel de gravitation ! Ensuite le cycle CNO est supposé être le seul processus produisant de façon quantitative de l'énergie, cela conduit en fait à ne pas tenir compte de la combustion de He au centre (environ 20% de l'énergie produite) et de la concurrence entre CNO et 3α. Bien que la fusion de He au centre soit incluse de façon indirecte dans les paramètres R_c et M_c dans les simulations de l'équipe de Lauterborn il n'y a pas moyen de tester directement :

- l'influence des taux de réactions de 3α (et des autres réactions également impliquées dans la combustion de He comme $^{12}C(\alpha,\gamma)^{16}O$)) sur l'extension des boucles bleues
- l'influence de « l'overshooting » durant la combustion de He

De plus la signification physique de la fonction h est loin d'être évidente .

6.1.2 Ce qu'en disent d'autres auteurs

De nombreux auteurs se sont intéressés au problème des boucles bleues à partir de l'époque où on a pu calculer des modèles d'évolution stellaire. Je propose ici une brève revue de quelques articles entièrement consacrés au sujet ou ne faisant que l'aborder. Dans leur majorité ces articles sont relativement anciens, les travaux de simulation qui y sont exposés ne tiennent pas compte -par la force des choses- des dernières améliorations dont la physique a pu bénéficier lors de ces dernières années (les nouvelles opacités par exemple). Cependant les résultats restent qualitativement valables. En règle générale les auteurs sont malheureusement assez descriptifs, les causes physiques sont rarement abordées.

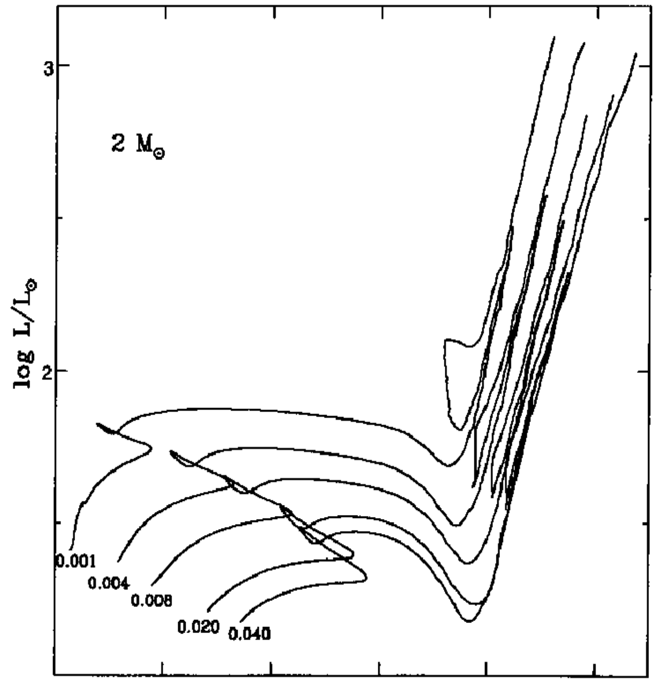


FIG. 6.4 – *Figure 2 de [Charbonnel* et al.*, 1993]*

On ne peut pas parler d'évolution stellaire sans citer les travaux de l'équipe de Genève qui a publié depuis 20 ans des travaux qui font référence. Ces articles présentent des grilles de trajets évolutifs pour des compositions chimiques correspondant à celles de la Galaxie, des Nuages de Magellan. Je citerai en particulier [Charbonnel *et al.*, 1993] qui exposent une grille de modèles allant en masse de 0.8 à 120 $\mathcal{M}_\odot$ pour une métallicité de 0.004 (Petit Nuage de Magellan). Les auteurs notent qu'une diminution de la métallicité augmente l'extension des boucles vers le bleu et que ce phénomène est particulièrement important pour les valeurs les plus basses du domaine de masses intermédiaires (*i.e.* ~ 2 à ~ 5 $\mathcal{M}_\odot$). De plus le trajet évolutif est dans son ensemble décalé vers le bleu. Leur figure 2 (*cf.* . Fig. 6.4) montrent une expérience numérique à 2 $\mathcal{M}_\odot$ pour cinq valeurs de Z_0. A $Z_0 = 0{,}04$ (extrême Population I) la boucle bleue est quasiment inexistante (position en $\log T_{\rm eff}$: vers 3.68, extension $\Delta \log T_{\rm eff} \sim 0.1$) alors qu'à très basse métallicité : $Z = 0{,}001$ on a une vraie boucle (position en $\log T_{\rm eff}$: vers 3,75, extension : environ 0,35). La luminosité s'est accrue passant de environ 1,7 en $\log \mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$ à environ 2,0.

Bien qu'un peu ancien l'article de [Matraka and Wassermann, 1982] est encore digne d'intérêt : les auteurs y testent l'influence de l'overshooting sur le cœur convectif d'hydrogène, sur le cœur convectif d'hélium et à la limite inférieure de la zone convective externe qui apparaît lorsque l'étoile est sur la branche des géantes. L'overshooting durant la séquence principale réduit considérablement l'extension vers le bleu des BB car il augmente M_c dans Eq. 6.1.1. Je retrouverai cet comportement dans mes simulations (voir article 2 dans la partie III). On remarque qu'à leur époque [Matraka and Wassermann, 1982] utilisaient des valeurs d'overshooting très importantes : $\sim 1\mathrm{H}_p$. Leurs tests concernant la zone convective externe montre qu'un overshooting non-nul à sa limite basse accroît l'extension des BB : le terme « h » du potentiel effectif est abaissé. L'effet trouvé est relativement faible à cause du gradient de pression $\partial P/\partial m$ assez fort dans cette région de l'étoile, à ce moment de son évolution. Les auteurs évoquent une « zone convective intermédiaire » apparaissant en fin de séquence principale, zone que je n'ai jamais remarquée dans mes modèles.

De préoccupations très voisines de celles de [Matraka and Wassermann, 1982], l'article de [Weigert and Huang, 1983] en est une suite dédiée à l'évolution d'une étoile de 5 $\mathcal{M}_\odot$ vers le stade céphéide. [Weigert and Huang, 1983] trouvent qu'un overshooting modéré (*i.e.* $\sim$ 0,5H$_p$) est nécessaire pour que la BB traverse la bande d'instabilité. Tout ceci est confirmé par de nombreux auteurs et par mon travail.

Proposant également des simulations incorporant de l'overshooting l'article de [Becker and Cox, 1982] va un peu au-delà. Les auteurs travaillent sur un objet de 9 $\mathcal{M}_\odot$ et donc ne s'intéressent pas à l'extension des BB (cette dernière, pour un objet de 9 $\mathcal{M}_\odot$, traverse sans difficulté la bande d'instabilité). [Becker and Cox, 1982] ont cherché à retrouver les abondances obersvées en CNO à la surface de céphéides et de certaines géantes, *i.e.* la sous-abondance en C et la surabondance en N. Le point important est la discussion qu'ils mènent en proposant notamment d'incorporer dans les modèles un processus de mélange impliquant rotation et champ magnétique. L'idée est séduisante mais les auteurs ne l'ont pas mise en oeuvre et les références qu'ils citent en matière de rotation sont aujourd'hui dépassées (*e.g.* [Endal and Sofia, 1976])

Le titre « Some effects of atmospheric opacity on the evolution of a 5 $\mathcal{M}_\odot$ star » de l'article [Johnson and Whitaker, 1975] est trompeur pour le lecteur actuel. On peut s'attendre à un test concernant la condition limite externe des modèles d'étoiles, il n'en est rien. Utilisant une méthode numérique « de tir » et non pas une méthode de Henyey pour faire leurs simulations, les auteurs nomment « atmosphère » ce qu'on appelle généralement « enveloppe » de l'étoile. Ils augmentent donc d'une quantité *ad hoc* les opacités dans leur enveloppe et obtiennent un résultat similaire à ce qu'on a en mettant de l'overshooting à la base de la zone convective externe lors du passage le long de la ligne d'Hayashi. Des BB plus longues sont ainsi trouvées de façon artificielle. Je n'ai d'ailleurs pas trouvé d'articles où les auteurs cherchaient à connaître l'influence de la condition limite externe (atmosphère) sur l'extension des boucles bleues. J'ai mené quelques simulations en remplaçant la condition externe prise dans un modèle reconstitué d'atmosphère (à partir d'une loi d'Eddington) par une condition beaucoup plus simple (*cf.* section 3.3.2) dans un modèle dit à « une couche ». Le résultat a indiqué une influence inexistante.

6.1.3 Une approche plus « physique »

On peut très simplement s'interroger sur la raison de l'existence des BB, quel événement physique produit un tel effet sur le modèle? Il s'agit du démarrage de la fusion de l'hélium au centre de l'étoile qui a lieu un peu avant le sommet de la branche des géantes

(*cf.* triangles sur la Fig. 6.5). L'étoile se retrouve alors avec une structure où il y a :
- production d'énergie par fusion au centre, comme sur la séquence principale (il s'agirait ici d'une séquence principale d'hélium)
- combustion d'hydrogène en couche mince, comme sur toute la ligne d'Hayashi

or la séquence principale et la branche des géantes délimitent respectivement le côté bleu et rouge du diagramme HR. On notera comme l'indique la Fig. 6.5 que la séquence principale d'hélium est très bleue, plus que celle d'hydrogène.

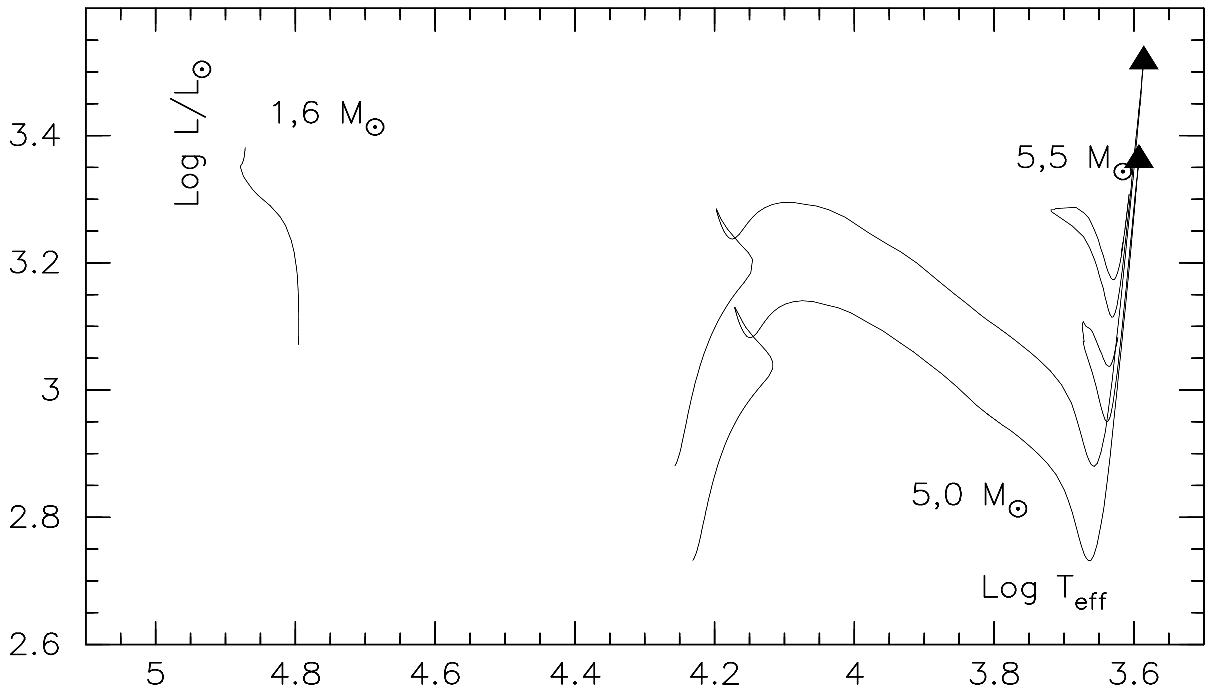


FIG. 6.5 – *Du côté « chaud » de ce diagramme HR : une séquence principale d'une étoile de composition chimique initiale $Y_0 = 0.98$ et $Z_0 = 0.02$ (donc composée d'hélium (98 %) le reste étant des éléments plus lourds. Du côté « froid » : deux évolutions pour 5,0 $\mathcal{M}_\odot$ et 5,5 $\mathcal{M}_\odot$, le cœur d'hélium de ces étoiles après leurs séquences principales a une masse de environ 1,6 $\mathcal{M}_\odot$. Les triangles indiquent le moment où la fusion de He démarre.*

Dès lors on peut penser que la boucle bleue est le résultat de deux processus concurrents :
- la combustion de He au centre qui tend à emmener le modèle vers la séquence principale d'He, *i.e.* vers le côté bleu du diagramme HR
- la combustion de H en couche qui a tendance à ramener l'objet vers la branche des géantes.

Bien sûr c'est le deuxième phénomène qui finit par l'emporter car :
- l'hélium s'épuise au centre
- tôt ou tard la couche où H brûle atteint la région chimiquement homogène riche en H.

On a effectué plusieurs tests : le premier consiste à diminuer artificiellement les taux des réactions nucléaires du cycle CNO (Fig. 6.6b), l'excursion du modèle vers le côté bleu du diagramme est effectivement plus importante. Le deuxième test suit une démarche similaire : on multiplie les taux des réactions 3α par un coefficient deux. Le résultat est indiqué sur la Fig. 6.6(a). L'extrémité de la BB est un peu plus bleue ($\Delta \log T_{\rm eff} \sim 0.005$) lorsque les taux de réaction « 3α » sont augmentés, on notera également « l'épaississement » de la BB : le modèle fait une sorte de « séquence principale d'hélium » plus importante. Le surcroît d'extension est légèrement plus grand dans le cas d'une diminution de la production d'énergie par CNO que lorsqu'on augmente celle produite par 3α.

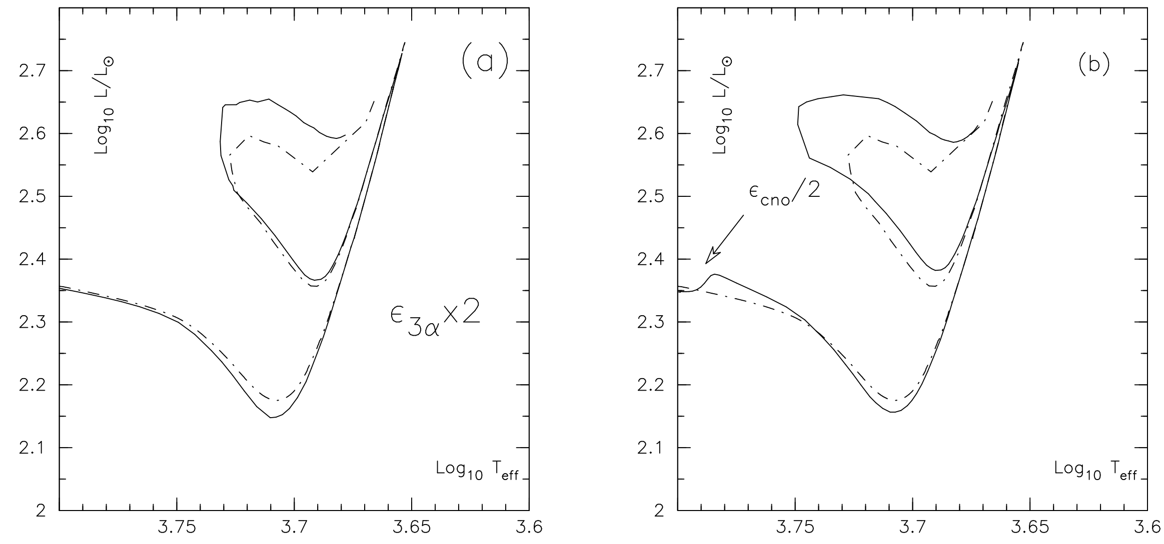


FIG. 6.6 – *(a)Trait-point : évolution à 3 $\mathcal{M}_\odot$, $Z_0 = 0{,}004$ et overshooting 0,2 Hp. Trait continu : la même chose mais en multipliant les taux de réaction de la chaîne 3α par un coefficient 2. (b)Idem mais on divise par deux les taux des réactions nucléaires de CNO à partir de l'endroit indiqué par la flèche.*

Comme on vient de le voir, faire appel à un raisonnement impliquant les productions d'énergie permet de mieux comprendre le comportement de l'étoile sur une boucle bleue. Cette vision est complémentaire de celle de [Lauterborn *et al.*, 1971a] : en effet si on diminue ϵ_{cno} M_c va croître plus doucement en favorisant l'extension vers le bleu, par contre un changement de valeur pour $\epsilon_{3\alpha}$ est difficile à appréhender avec un raisonnement sur $\Phi_{\rm eff}$. On peut imaginer qu'une augmentation de $\epsilon_{3\alpha}$ dilate le cœur augmentant R_c et diminuant $\Phi_{\rm eff}$, et favorisant ainsi les grandes boucles.

On va passer maintenant à l'étude de singularités morphologiques des boucles bleues.

7

Singularité de l'extension de la boucle bleue à basse métallicité

Il y a, c'est exact, beaucoup de folie à s'occuper
d'autre chose que de ce qu'on voit.
Voyage au bout de la Nuit, p. 221,
— Louis Ferdinand Céline (1932).

Sommaire

7.1 Introduction **57**
7.2 Réflexion sur le rôle de κ et ϵ **60**
7.3 L'opacité **62**
7.4 Les taux de production de l'énergie nucléaire **66**
7.5 Vers une solution **68**
7.6 Conclusion **73**

7.1 Introduction

Pour une métallicité typique du Petit Nuage de Magellan (*i.e.* $Z_0 = 0.004$), la grille de modèles publiée par l'équipe de Genève ([Charbonnel *et al.*, 1993]) montre une progression non monotone de l'extension des boucles bleues (BB dans la suite) lorsque la masse stellaire croît alors qu'on constate une variation monotone dans les cas de la Galaxie (*cf.* Fig. 7.1) et du Grand Nuage de Magellan. Plus précisément on constate l'existence d'une boucle bleue anormalement courte à 5 $\mathcal{M}_\odot$ -*i.e.* plus courte que celle à 4 $\mathcal{M}_\odot$ -, l'extension vers le bleu augmentant à nouveau pour les masses supérieures à 5 $\mathcal{M}_\odot$. Cette caractéristique également présente dans les travaux de [Bono *et al.*, 2000] (voir Fig. 7.2), a été reproduite par mes modèles (*cf.* Fig. 7.1(a) et Fig. 7.1(b)).

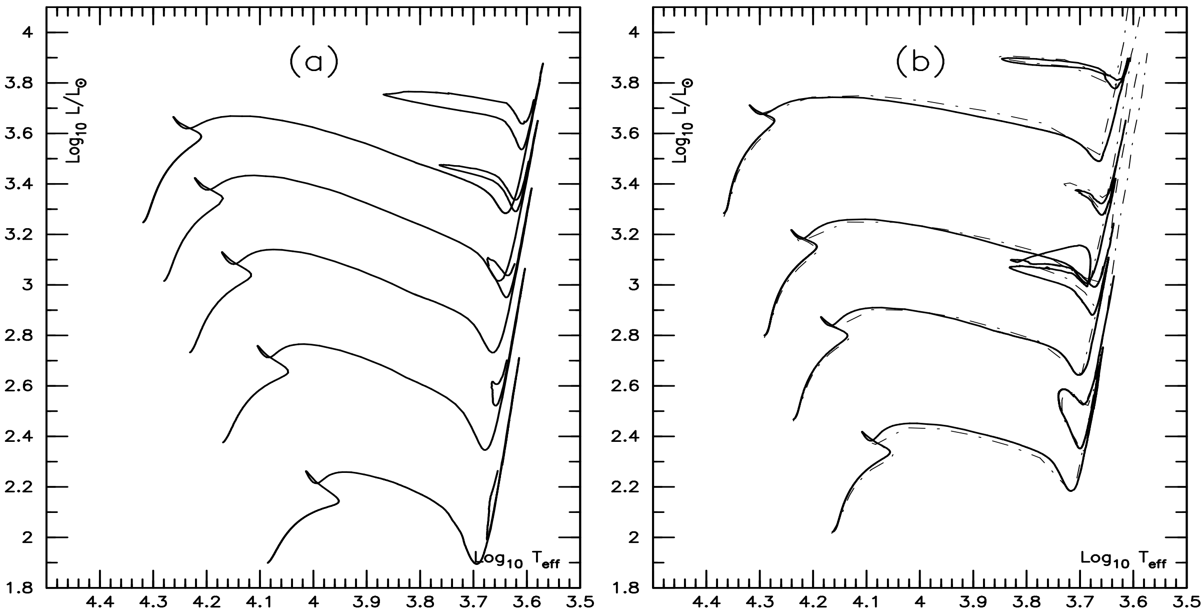


FIG. 7.1 – *(a) Trajets évolutifs pour la Galaxie issus de mon travail, les valeurs des masses sont 3, 4, 5, 6 et 7* $\mathcal{M}_\odot$ *; la métallicité vaut* $Z_0 = 0.02$. *(b)Trajets évolutifs le travail du groupe Genève ([Charbonnel* et al.*, 1993], tiret-point-tiret) et ceux que j'ai calculé (trait plein). Les masses sont les suivantes : 3, 4, 5 et 7* $\mathcal{M}_\odot$ *; les compositions chimiques sont pour Genève* $Y_0 = 0.252$, $Z_0 = 0.004$ *et pour ce travail* $Y_0 = 0.251$, $Z_0 = 0.004$. *L'overshooting est de 0.2* $\mathrm{H_p}$ *sur la séquence principale et 0.0* $\mathrm{H_p}$ *pendant la combustion de He au centre, Genève n'indique pas explicitement comment le cœur convectif a été traité durant cette phase. On notera la présence à 4* $\mathcal{M}_\odot$ *d'une « double boucle », on reviendra dans la suite sur la raison d'une telle curiosité.*

Bien qu'étrange, ce raccourcissement n'est pas nécessairement artificiel. La confrontation avec des données observationelles est encore difficile. On peut imaginer comparer la couleur de l'extrêmité d'une boucle bleue de $\sim$ 4 - 5 $\mathcal{M}_\odot$ aux couleurs d'objets observés, mais généralement la boucle traverse la bande d'instabilité observationnelle. Il reste donc comme contrainte la comparaison entre temps d'évolution et nombres d'étoiles. Dans ce cas on se heurte à une statistique -bien qu'exploitable- relativement faible de céphéides découvertes dans le Petit Nuage de Magellan et ayant une magnitude de l'ordre de celle d'une étoile de $\sim$ 4 - 5 $\mathcal{M}_\odot$ (environ 25% des céphéides de l'échantillon OGLE se trouvent dans la gamme de magnitude $15 \lesssim \mathrm{I} \lesssim 16$).

Ce raccourcissement de la BB est peut être la manifestation d'une (ou plusieurs) défaillance(s) des modèles, c'est pourquoi il est très intéressant d'en trouver l'origine. Deux pistes viennent immédiatement à l'esprit : l'imperfection du traitement numérique d'une part, une physique incomplète ou trop approximative d'autre part.

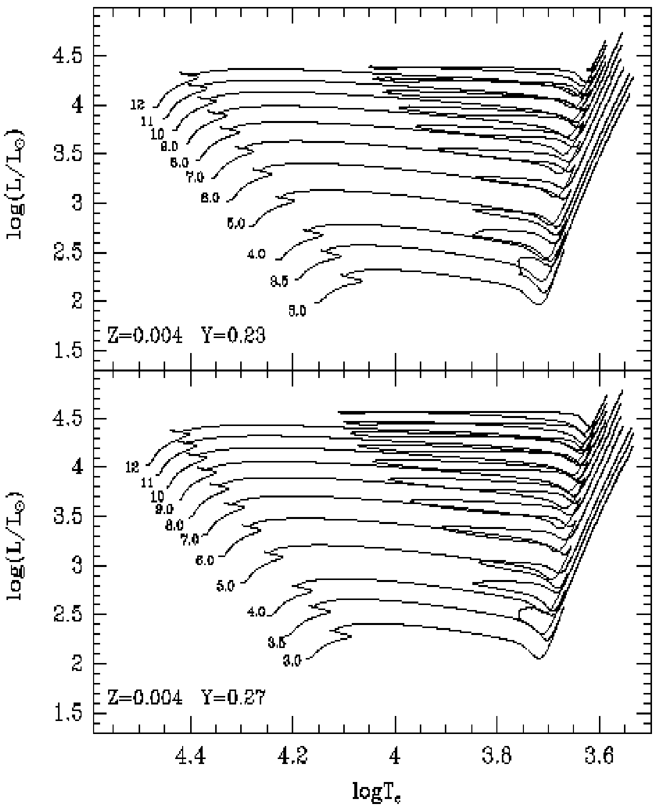


FIG. 7.2 – *Trajets évolutifs de [Bono* et al.*, 2000], le raccourcissement de la boucle bleue vers 5 $\mathcal{M}_\odot$ semble dépendre légèrement de la valeur de la fraction massique initiale en hélium. Ces trajets sont globalement comparables à ceux de Genève et aux miens pour le problème qui nous intèresse, ils ne sont pas identiques car ils ont été calculés sans overshooting.*

L'existence d'un problème numérique semble -a priori- assez improbable car le résultat en question a été obtenu par trois codes différents : celui de Genève, celui de Padoue et CESAM mis en œuvre à Rennes. Bien qu'on puisse envisager l'implication du dénominateur commun des trois codes numériques : méthode de Henyey ? le fait de travailler à une dimension ? Autre chose de moins évident ? On va dans notre démarche poursuivre uniquement la recherche d'une explication physique.

La difficulté est ici dans la nature même des modèles d'étoile : plusieurs grandeurs physiques interagissent les unes avec les autres et les processus non-linéaires sont nombreux. Dans ces conditions il est délicat de dégager l'origine d'un phénomène particulier. Je testerai deux hypothèses :

1. celle où le phénomène est provoqué par une particularité d'une grandeur physique : extrémum d'opacité (κ) dans un domaine de densité et de température, changement de pente des taux des réactions nucléaires (ϵ), etc ...

2. une situation où aucune grandeur physique n'a de particularité, mais où le fait d'en combiner plusieurs : opacité, taux de réactions nucléaires ... conduit au phénomène observé.

Dans la suite j'utiliserai les termes « boucle bleue naine » ou « avorton », ce dernier -peu élégant- a le mérite de la concision.

On va examiner les propriétés de κ et ϵ susceptibles de produire le raccourcissement des BB et on cherchera à identifier le stade évolutif où se produit le processus clé. J'invite donc le lecteur à suivre le fil d'une enquête qu'Hercule Poirot ne renierait peut être pas.

7.2 Réflexion sur le rôle de κ et ϵ

Comme on l'a vu dans le chapitre 6 l'extension des BB prend sa source essentiellement dans le cœur, la surface de l'étoile n'a pas de rôle décisif. C'est donc vers le comportement de κ et ϵ dans ces régions que je vais orienter le travail.

7.2.1 Rôle de l'opacité

L'opacité est une grandeur physique éminemment sensible à la métallicité, c'est une grandeur clé pour la modélisation des étoiles aussi bien pour l'aspect évolution que pour l'aspect « calcul de pulsation ». Chaque amélioration a apporté des changements conséquents dans les modèles, on citera comme exemple la résolution du problème du « bump mass discrepancy » à métallicité galactique par [Moskalik *et al.*, 1992].

L'opacité peut avoir un impact indirect en augmentant la température des régions où ont lieu les réactions de combustion nucléaire : dans les régions centrales sur la séquence principale, dans la couche dite « CNO » après la séquence principale, à nouveau au centre lors de la fusion de He.

κ peut aussi agir à la limite inférieure de la zone convective externe sur la branche des géantes. En effet cette limite est déterminée par le critère de Schwarzschild :

$$\nabla_{rad} = \nabla_{ad} \tag{7.1}$$

or :

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16\pi acG}\frac{lP}{mT^4}\kappa \tag{7.2}$$

de plus :

$$\Phi_{\text{eff}} = \frac{M_c}{R_c}\mathrm{e}^{constant\times\Delta X\times\Delta m} \tag{7.3}$$

(*cf.* chapitre 6). Une diminution de κ vers le centre de l'étoile augmente ΔX donc Φ_{eff}, l'extension de la BB s'en trouvant réduite. Un phénomène similaire peut également prendre place sur la limite d'un cœur convectif. Une valeur plus importante de κ augmentant l'extension de ce cœur avec des conséquence sur la production d'énergie au centre en y apportant plus de matériaux fusibles.

7.2.2 Rôle des taux de production d'énergie nucléaire

Pour une étoile de masse intermédiaire la combustion de l'hydrogène est dominée par le cycle CNO : au centre lors de la séquence principale et en couche lorsque l'hydrogène est épuisé dans le cœur. Les chaînes PP ne jouent aucun rôle (~ 0 % de l'énergie totale produite dans l'étoile), de plus ces réactions sont indépendantes de la métallicité contrairement à ce qu'on cherche ici.

L'hélium est brûlé au centre par les réactions dites 3α, plus diverses autres réactions dont ^{12}C(α,γ)^{16}O (voir section 4.2 du chapitre 4). Les réactions triple α sont indépendantes de la métallicité car aucun élément lourd n'y intervient, ce qui n'est évidemment pas le cas des autres réactions de combustion de He.

Lors de la boucle bleue l'hydrogène est brûlé en couche (principale source d'énergie) et l'hélium au centre. Il y a concurrence des deux processus : les réactions du cycle CNO ont tendance à envoyer le modèle vers la branche des géantes alors que la combustion de l'hélium emmène le modèle vers la séquence principale d'hélium *i.e.* vers le côté bleu du diagramme H.-R. On va donc mener des tests concernant le cycle CNO et d'autres concernant les réactions de fusion de He.

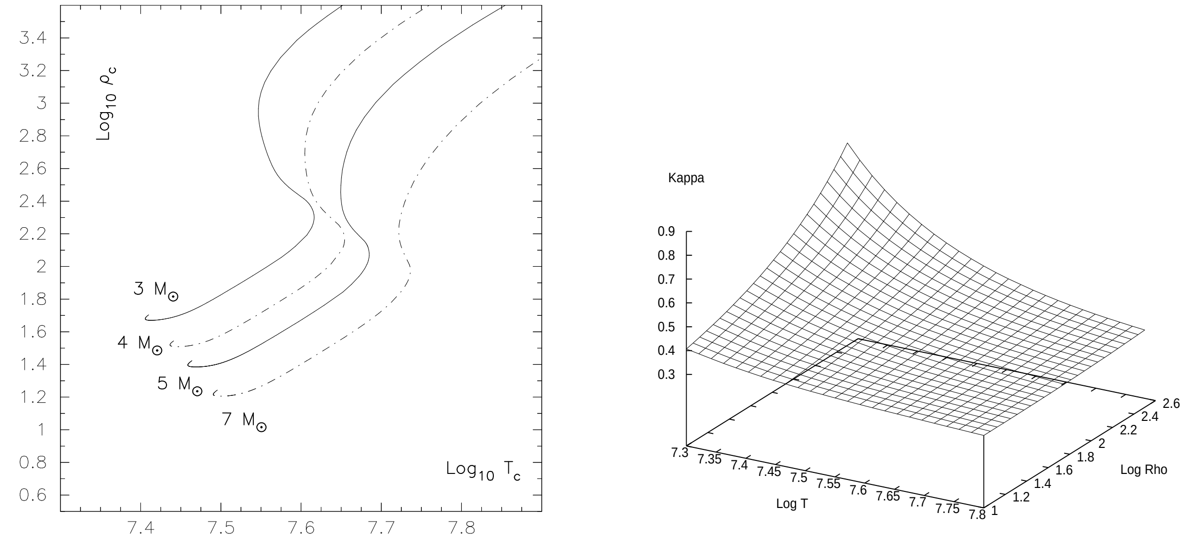


FIG. 7.3 – *(a, gauche) Tracés dans le plan ($\log T_c$, $\log \rho_c$) de quatre modèles d'évolution de masses respectives 3 $\mathcal{M}_\odot$, 4 $\mathcal{M}_\odot$, 5 $\mathcal{M}_\odot$ et 7 $\mathcal{M}_\odot$. La composition chimique est $Y_0 = 0.251$, $Z_0 = 0.004$, l'overshooting vaut 0.2* $\mathrm{H_P}$. *La « ZAMS » se trouve du côté des labels des masses. (b, droite) Opacité dans un domaine de température et de densité couvrant le domaine exploré par les cœurs d'étoiles sur la séquence principale du SMC.*

7.3 L'opacité

7.3.1 Opacité dans le cœur des étoiles sur la séquence principale

On va rechercher une particularité de l'opacité pour le domaine de densité et de température rencontré dans le centre des étoiles de masse intermédiaire sur la séquence principale du SMC. Sur la Fig. 7.3(a) on représente $\log \rho_c$ (logarithme de la masse volumique centrale) en fonction de $\log T_c$ (logarithme de la température centrale) pour quatre modèles évolutifs de composition chimique typique du « SMC » et pour des masses entre 3 $\mathcal{M}_\odot$ et 7 $\mathcal{M}_\odot$. Sur la séquence principale le domaine de masse volumique est donc 1.1 - 2.4 (en log), celui de température est 7,38 - 7,78 (échelle logarithmique). On remarquera sur la Fig. 7.3(a) l'absence de caractéristiques saillantes pour les tracés vers $\sim$ 4 - 5 $\mathcal{M}_\odot$. Il reste donc à vérifier que l'opacité ne présente pas de singularité numérique ou physique dans cette portion du plan ($\log T_c$, $\log \rho_c$) : c'est ce qui est fait avec la Fig. 7.3. La « nappe » d'opacité ne montre aucune particularité (en termes plus imagés : il n'y a pas de creux ou de bosses ou encore de « rupture de pente brutale ») qui pourrait donner à une étoile vers $\sim$ 4 - $\sim$ 5 $\mathcal{M}_\odot$ une structure singulière.

Conclusion : l'opacité dans le cœur d'une étoile de masse vers $\sim$ 4 - $\sim$ 5 $\mathcal{M}_\odot$, sur la séquence principale ne semble pas être impliquée dans notre problème.

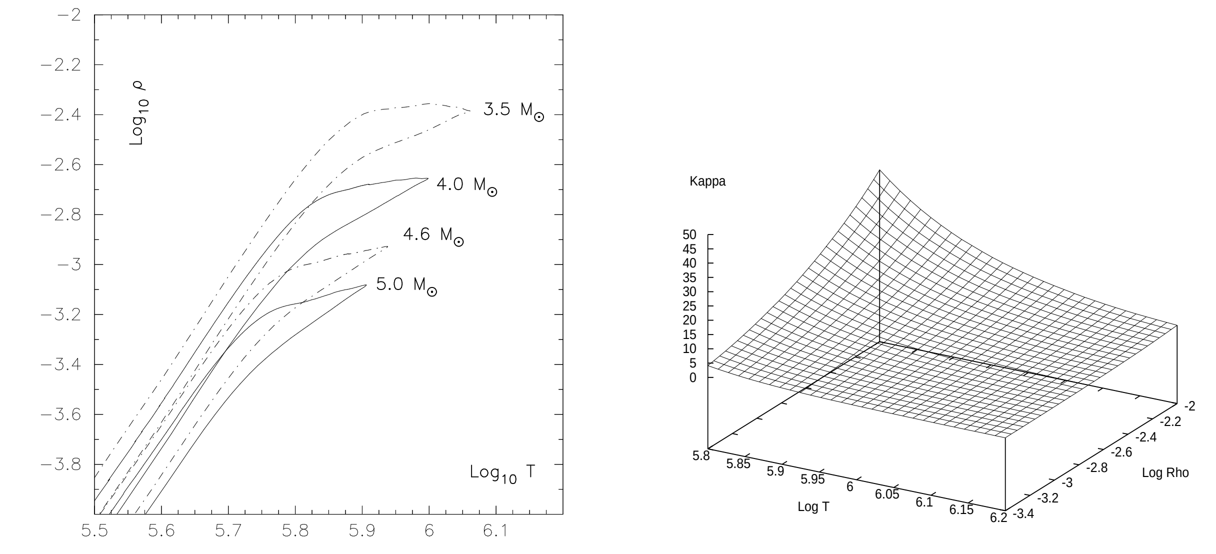


FIG. 7.4 – *(a, gauche) Tracés de ($\log T$, $\log \rho$) prises au fond de la zone convective externe pour quatre modèles d'évolution de masses 3.5 $\mathcal{M}_\odot$, 4.0 $\mathcal{M}_\odot$, 4.6 $\mathcal{M}_\odot$ et 5.0 $\mathcal{M}_\odot$. La composition chimique est $Y = 0.251$, $Z = 0.004$, l'overshooting vaut 0.2* $\mathrm{H_P}$ *(sur le cœur convectif qui est inexistant lors de cette phase. (b, droite) tracé de l'opacité κ pour le domaine de ($\log T$, $\log \rho$) au fond de la zone convective externe déterminé à l'aide de la Fig. 7.4(a).*

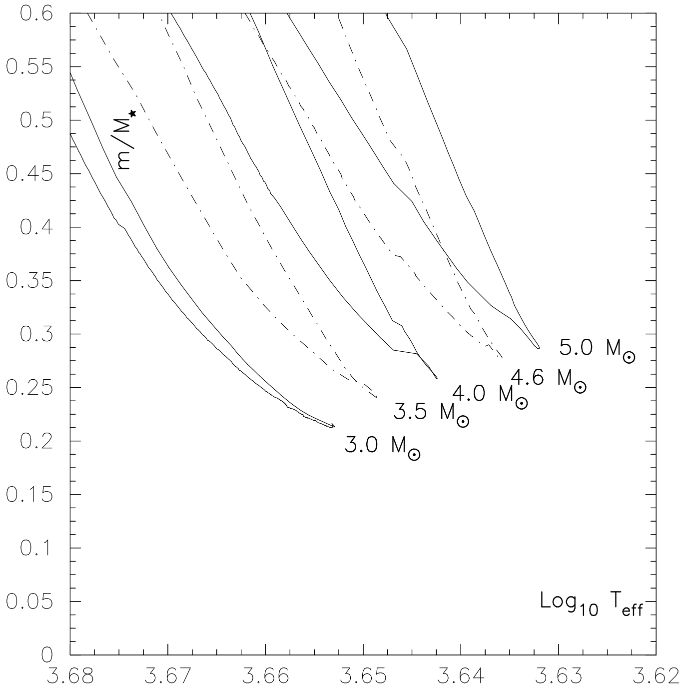


FIG. 7.5 – *Position en* $m/M_\star$ *du fond de la zone convective externe en fonction de* $\log T_{\text{eff}}$ *pour quatre modèles d'évolution sur la branche des géantes. Les masses respectives sont 3.5* $\mathcal{M}_\odot$ *, 4.0* $\mathcal{M}_\odot$ *, 4.6* $\mathcal{M}_\odot$ *et 5.0* $\mathcal{M}_\odot$ *. La composition chimique est* $Y = 0.251$*,* $Z = 0.004$*, l'overshooting vaut 0.2* $\mathrm{H_P}$*.*

7.3.2 Opacité au fond de la zone convective externe sur la branche des géantes

Sur la Fig. 7.4(a) on a tracé ($\log T$, $\log \rho$) à la limite inférieure de la zone convective externe lors de l'épisode « branche des géantes », ceci pour cinq valeurs de la masse. On ne note aucune singularité vers ~ 3.5 - $\sim 4.5\ \mathcal{M}_\odot$ et on retiendra comme domaine exploré :

$$5.8 \lesssim \log T \lesssim 6.2$$

$$-3.4 \lesssim \log \rho \lesssim -2.0$$

On peut donc tracer κ sur ce domaine : ce qui est fait sur la Fig. 7.4(b). Aucun trait saillant ne se remarque ; l'opacité est à nouveau mise hors de cause. On propose une vérification : le dessin de $m/M_\star$ à la limite de la zone convective externe en fonction de $\log T_{\text{eff}}$ (si la zone convective externe joue un rôle, la BB « courte » vers 4.5 $\mathcal{M}_\odot$ devrait se traduire par une pénétration plus importante à 3.5 $\mathcal{M}_\odot$ qu'à 3.0 $\mathcal{M}_\odot$ et 4.0 $\mathcal{M}_\odot$).

La Fig. 7.5 montre que la pénétration de la zone convective externe n'est pas la source de notre problème car la valeur minimale de $m/\mathcal{M}$ atteinte par la limite interne de la zone convective externe croît régulièrement lorsque la masse de l'étoile passe de 3 $\mathcal{M}_\odot$ à 5 $\mathcal{M}_\odot$. Ce test est valide que cette pénétration de la zone convective soit engendrée par l'opacité ou par un autre phénomène.

7.3.3 Opacité au centre lors de la fusion de l'hélium

Comme indiqué dans la section 7.2.1 l'opacité dans le cœur peut avoir une influence sur la taille de la zone convective centrale dont la limite est déterminée par le critère de Schwarzschild . On va examiner le comportement de κ le long de trois trajets évolutifs, dont l'un présente une « boucle bleue naine ». On ne peut pas tracer κ seulement pour un domaine de ($\log T_c$, $\log \rho_c$) et fixer Y_c la fraction masique centrale en hélium à une valeur typique car on a ici une autre variable indépendante : Δ^{12}C (ou Δ^{16}O ce qui est équivalent, *cf.* chapitre 4, section 4.4). Sur la Fig. 7.6 se trouve reportée κ_c l'opacité au centre de l'étoile en fonction de la température effective $\log T_{\rm eff}$ pour trois trajets évolutifs, dont une boucle bleue naine (5 $\mathcal{M}_\odot$).

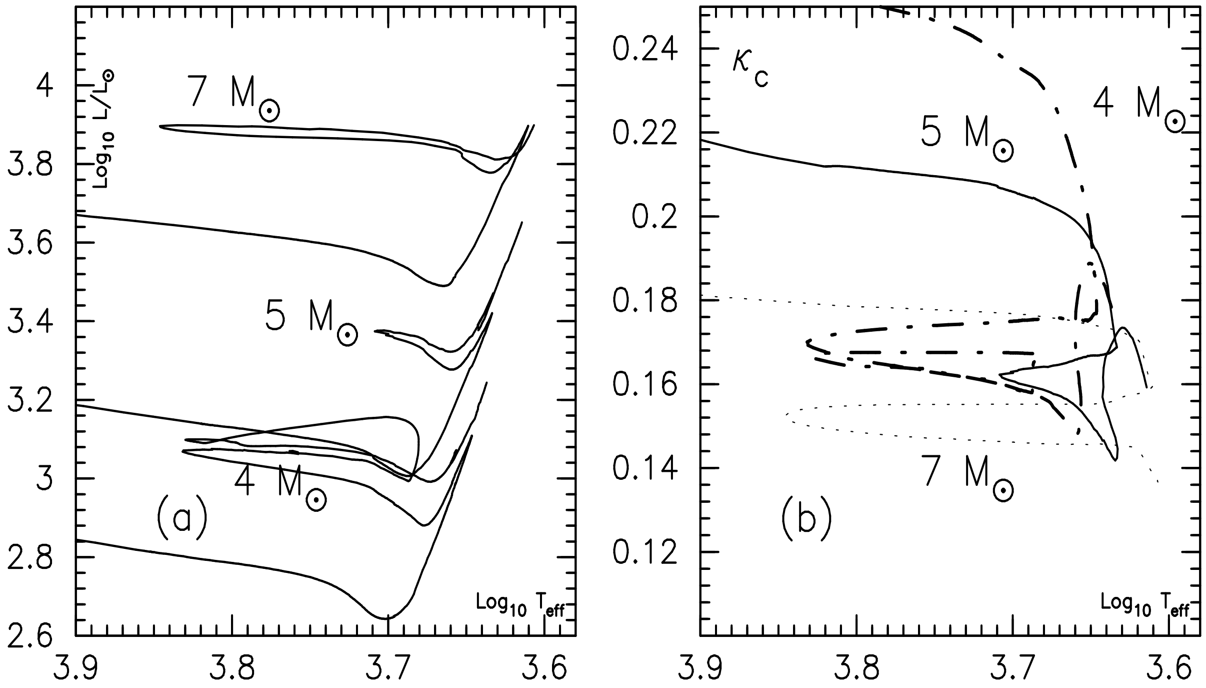


FIG. 7.6 – *Trajets évolutifs pour 4, 5 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ (a) et l'opacité au centre κ_c (b) pour les mêmes trajets (4 $\mathcal{M}_\odot$: trait-tiret, 4$\mathcal{M}_\odot$: trait plein et 7 $\mathcal{M}_\odot$: pointillés).*

En moyenne, l'opacité centrale du modèle à 5 $\mathcal{M}_\odot$ se trouve entre les valeurs des trajets à 4 et 7 $\mathcal{M}_\odot$, donc la particularité de l'extension n'est pas liée à une caractéristique de l'opacité centrale durant la fusion de l'hélium.

7.3.4 Effet d'opacité et effet causé par la production d'énergie nucléaire

On propose maintenant un test permettant de faire la distinction entre un effet d'opacité et un effet de production d'énergie nucléaire. On va calculer une évolution à 4.0 $\mathcal{M}_\odot$ avec $Z_0 = 0.02$ (métallicité galactique) mais en diminuant les abondances de C, N et O d'un facteur 4 en fraction masique, ce qui revient à avoir des abondances en carbone, azote et oxygène équivalentes à celles d'une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan. On notera que :

1. la valeur de κ reste inchangée (les tables OPAL sont établies à Z_0 contenant un mélange type GN93 ([Grevesse and Noels, 1993]) et le sous-programme d'opacité va faire ses calculs avec une métallicité apparente $Z_0 = 0.02$.
2. C, N et O jouent le rôle de catalyseurs dans les réactions nucléaires du cycle CNO. Ce test pourrait donc disculper les opacités et mettre en cause ce dernier cycle de combustion.

Le résultat du test est présenté par le Fig. 7.7 : en agissant uniquement sur les abondances de CNO on obtient un raccourcissement similaire à celui se produisant lorsqu'on passe de $Z_0 = 0.02$ à $Z_0 = 0.004$.

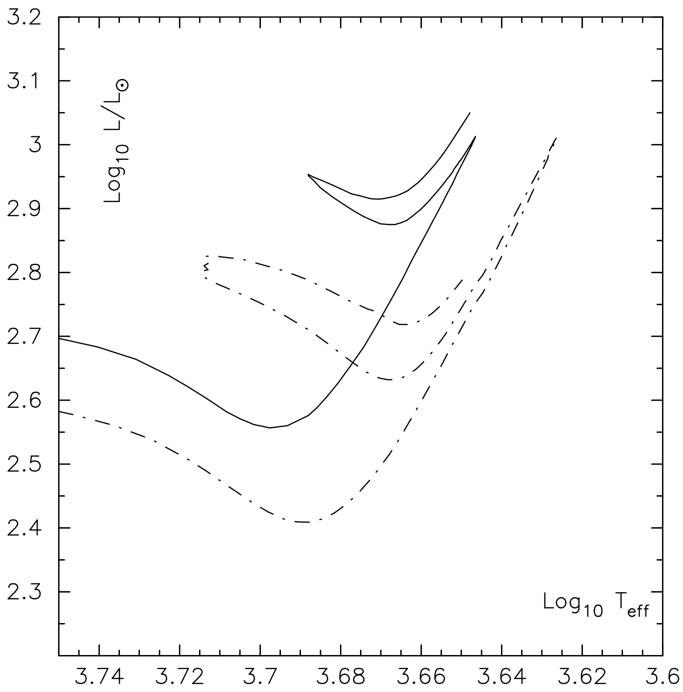


FIG. 7.7 – *Test pour 4 $\mathcal{M}_\odot$ à $Z_0 = 0.02$, trait-point : composition chimique « classique » i.e. abondance de [Grevesse and Noels, 1993]. Ligne continue : diminution d'un facteur quatre des fractions massiques de C, N et O.*

Conclusion : Ce n'est pas l'opacité qui d'une façon ou d'une autre créé la BB « naine », les tests semblent plutôt mettre en cause les réactions de fusion nucléaire et en particulier le cycle CNO. C'est ce qu'on va examiner dans la suite.

7.4 Les taux de production de l'énergie nucléaire

7.4.1 Taux de production « CNO » sur la séquence principale et dans la couche

On va à présent examiner les caractéristiques du taux de production d'énergie nucléaire par le cycle CNO. La Fig. 7.3 nous a donné le domaine de masse volumique et de température dans le cœur des étoiles sur la séquence principale. On propose une nouvelle figure où cette fois c'est la température dans la couche de combustion de l'hydrogène qui est représentée. Je n'ai pas utilisé le couple masse volumique- température uniquement pour des raisons techniques. Cependant la masse volumique intervient dans le taux de production d'énergie comme un facteur multiplicatif, on a par exemple la formule donnée par [Kippenhahn and Weigert, 1990] page 165 :

$$\epsilon_{cno} = 8{,}67 \times 10^{27} \quad X_{cno} \quad X_H \quad \rho \quad T_6^{-2/3} \quad \exp -152{,}28/T_6^{1/3}$$

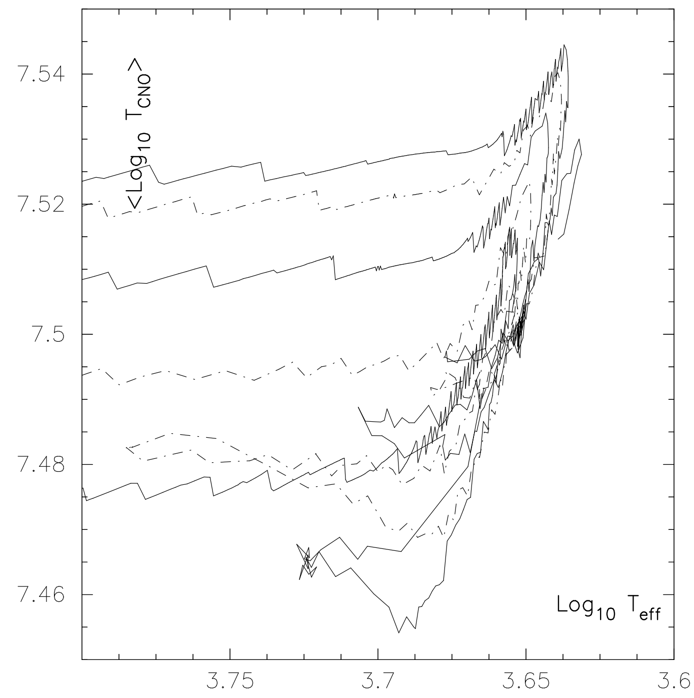


FIG. 7.8 – *Valeur moyenne du logarithme de la température dans la couche brûlant de l'hydrogène via le cycle CNO, ceci lorsque l'étoile est en dehors de la séquence principale. La variable en abscisse est la température effective (en logarithme). L'effet « dent de scie » est uniquement un artefact numérique ne portant pas à conséquence.*

avec des notations évidentes. La Fig. 7.8 nous montre que l'intervalle de $\log T$ dans la couche brûlant l'hydrogène par le cycle CNO est à peu près le même que celui au centre de l'étoile sur le début de la séquence principale. Il reste maintenant à tracer $\log \epsilon_{cno}$ sur le domaine précisé par la Fig. 7.3.

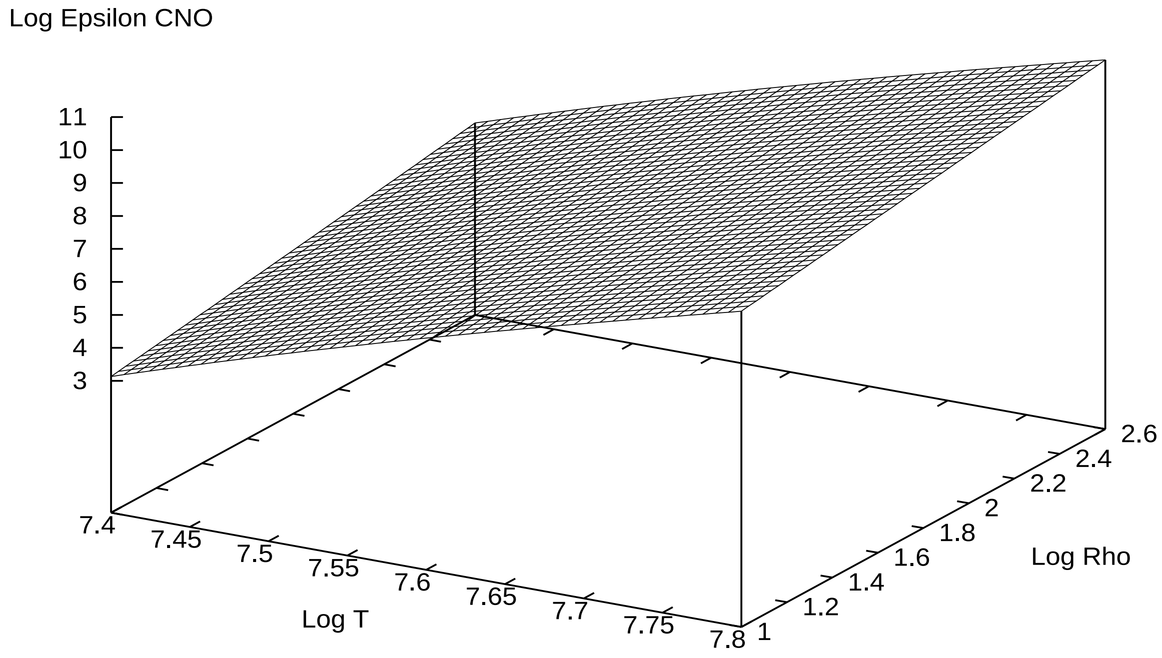


FIG. 7.9 – *On a dessiné sur cette figure* $\log \epsilon_{cno}$ *en fonction de* $\log T$ *et* $\log \rho$ *pour un domaine typique de ce qu'on rencontre au cœur des étoiles de masses intermédiaires et dans leurs couches brûlant de l'hydrogène (stades « post-séquence principale »).*

Un fois encore on ne décèle aucune singularité. Puisque la production d'énergie par le cycle CNO ne semble pas être la source de notre problème il reste à étudier le cas de la combustion de l'hélium au cœur des étoiles.

7.4.2 Test dynamique de la combustion de l'hélium

Afin de déterminer l'éventuelle implication des réactions de combustion de He autres que 3α dans le phénomène de « boucle bleue naine », on calcule des portions d'évolution où seules les réactions « 3α » sont prises en compte. Ce test a été réalisé en fixant à zéro les taux de réaction concernés. On ne recalcule évidemment pas les évolution depuis la

« ZAMS » mais à partir du moment où He commence à brûler au centre de l'étoile.

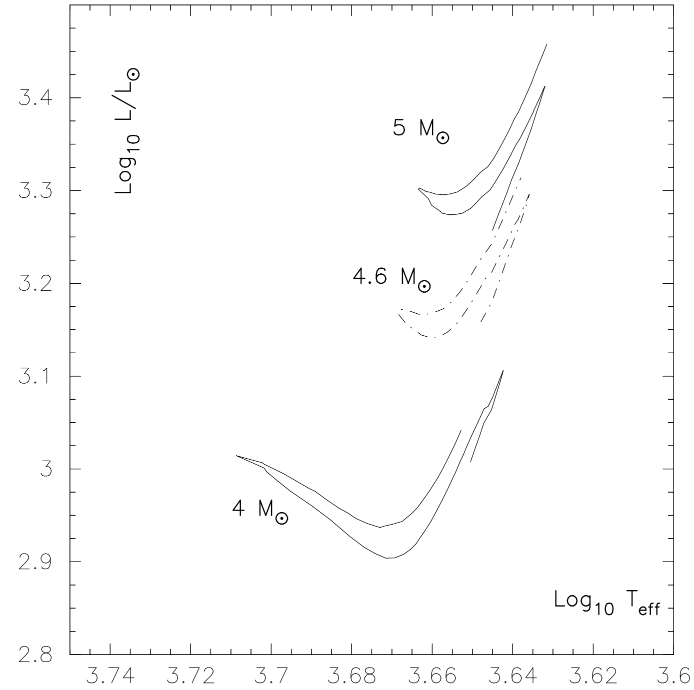


FIG. 7.10 – *Tracés évolutifs avec les masses 4.0* $\mathcal{M}_\odot$ *, 4.6* $\mathcal{M}_\odot$ *et 5.0* $\mathcal{M}_\odot$ *, la composition chimique est* $Y = 0.251$*,* $Z = 0.004$*, l'overshooting vaut 0.2 Hp sur les séquences principales et les boucles bleues. Dans la modélisation de la combustion nucléaire de l'hélium seule les réactions 3*α *ont été prises en compte, les réactions comme* $^{12}C(\alpha,\gamma)^{16}O$ *ont été négligées. Seules les parties des trajets correspondant à la combustion de He ont été conservées par souci de clarté.*

Sur la figure 7.10 la persistance de la singularité est très nette, le phénomène de « boucle bleue naine » n'est donc pas dû aux réactions de combustion de He. Il reste donc à tester les réactions du cycle CNO.

7.5 Vers une solution

Au cours des sections précédentes on a montré que le problème des « boucles bleues naines » n'était pas causé par une singularité d'un grandeur physique particulière. Cependant le problème paraît être lié à la production d'énergie, on dessine donc les contributions respectives de CNO et 3α à la production d'énergie nucléaire totale (*cf.* Fig. 7.11).

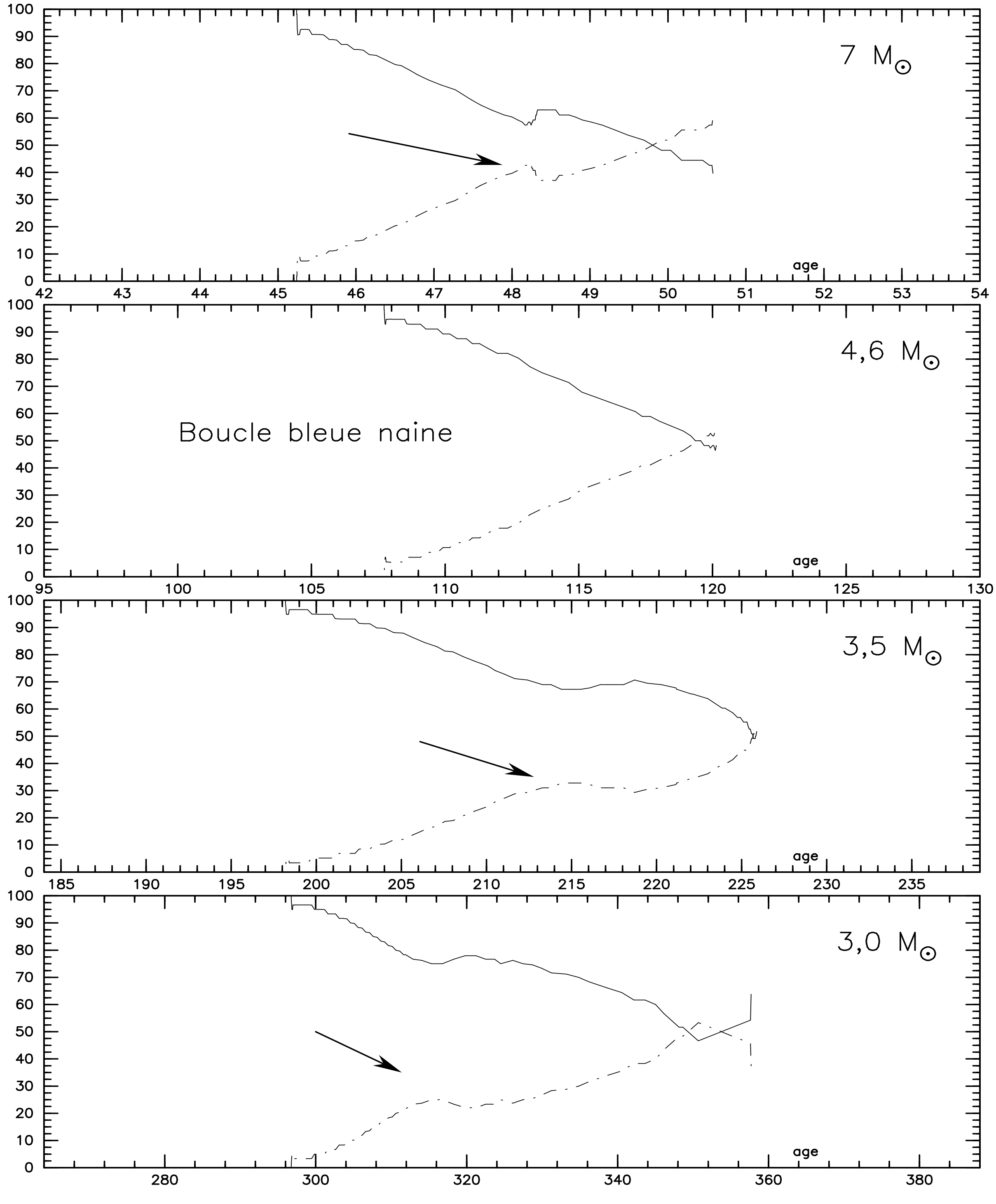


FIG. 7.11 – *Contributions relatives (en pourcentages) de CNO et 3α à la production d'énergie nucléaire en fonction de l'âge (en millions d'années). CNO est en trait continu, 3α en trait-point. On a trois valeurs de la masse : 3,0 ; 3,5 ; 4,6 (avorton) et 7,0 $\mathcal{M}_\odot$. Les flèches indiquent une caractéristique absente dans le cas de la boucle bleue naine.*

On constate que l'évolution présentant un boucle bleue naine (4,6 $\mathcal{M}_\odot$ pour cette série d'évolution) est la seule ayant une variation strictement monotone de sa production d'énergie. Pour les autres masses une flèche montre un changement de pente qui a été localisé dans tous les cas au début de la boucle bleue. On peut s'interroger sur l'origine de cette caractéristique. Puisque le « nanisme » de la boucle bleue n'est pas couplé aux valeurs de taux de production d'énergie, la particularité peut venir de la quantité de combustible disponible : (1) l'hydrogène pour CNO, (2) l'hélium central pour 3α.

On pourrait par exemple expliquer le phénomène « avorton » par une arrivée plus précoce de la couche de combustion CNO dans la zone riche en hydrogène (zone homogénéisée par le dragage convectif sur la branche des géantes). La production d'énergie CNO augmentant, le modèle se rabat vers la ligne d'Hayashi. La Fig. 7.12 montre qu'au contraire « l'avorton » (4,6 $\mathcal{M}_\odot$) se produit alors que la fraction massique d'hydrogène dans la couche n'est pas maximale, mais plutôt **inférieure** à la valeur obtenue pour une boucle normale (3,5 $\mathcal{M}_\odot$).

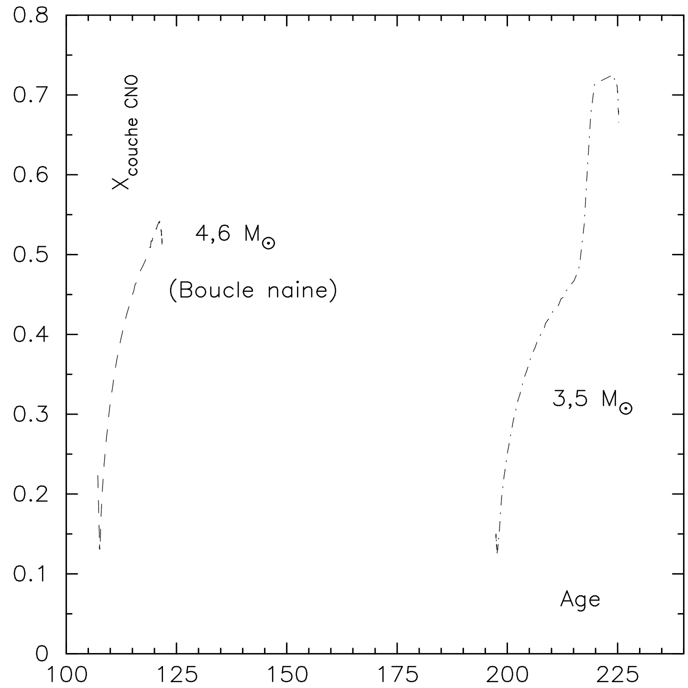


FIG. 7.12 – *Evolution de la fraction massique d'hydrogène dans la couche brûlant de l'hydrogène, au cours d'une boucle bleue pour 2 masses : 4,6 $\mathcal{M}_\odot$ (où il y a « nanisme ») et 3,5 $\mathcal{M}_\odot$ (absence de « nanisme »). Pour cette dernière la couche de combustion « CNO » continue à progresser vers l'extérieur pour atteindre la zone chimiquement homogène, ce processus est interrompu pour 4,6 $\mathcal{M}_\odot$.*

On dirige maintenant nos investigations vers la dernière hypothèse : la combustion de He au centre. La Fig. 7.13 montre les points P_4 et P_7 dont les distances à la branche des géantes sont égales à celle de P_5 (extrémité de la boucle bleue « naine ». En fraction massique d'hélium au centre on obtient : pour P_4 : $Y_c = 0{,}33$; pour P_5 : $Y_c = 0{,}17$ et pour

$P_7 : Y_c = 0{,}34$. L'évolution à 5 $\mathcal{M}_\odot$ montre clairement une **sous-abondance** d'hélium au centre, dont la valeur est équivalente à celles obtenues aux extrémités bleues des évolutions à 4 $\mathcal{M}_\odot$ et 7 $\mathcal{M}_\odot$, respectivement : pour E_4 $Y_c = 0{,}14$ et E_7 $Y_c = 0{,}16$. Cette sous-abondance en hélium est donc à l'origine du phénomène étudié. Il reste à trouver la raison d'une telle situation.

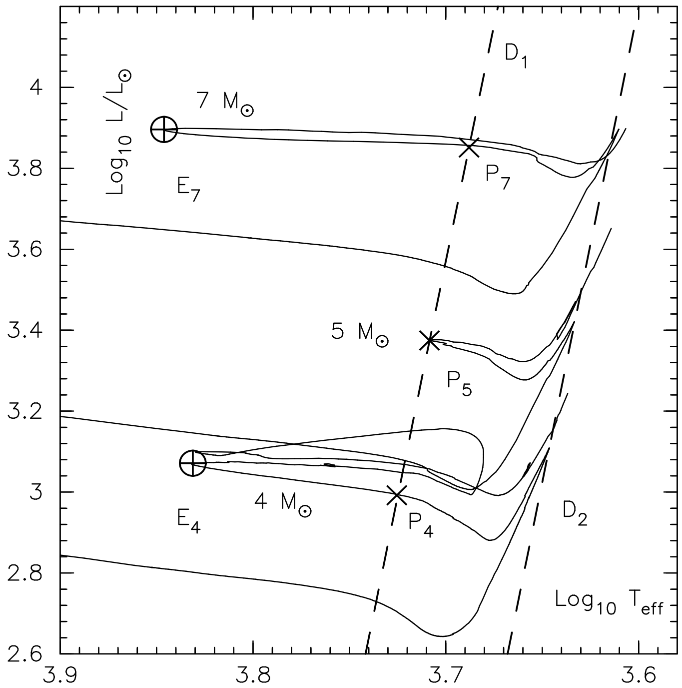


FIG. 7.13 – *Evolutions stellaires pour 4, 5 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan (0,2* $\mathrm{H_p}$ *d'overshoot sur la MS et 0,0 sur la boucle bleue). La droite D_2 rejoint les extrémités des branches des géantes, D_1 lui est parallèle et indique l'extension maximale atteinte par le modèle à 5 $\mathcal{M}_\odot$ et les stades équivalents sur les autres trajets.*

La Fig. 7.14 propose l'évolution de la fraction massique d'hélium au centre Y_c pour les trois trajets évolutifs dessinés sur la Fig. 7.13. Les tangentes au courbes lors de la progression vers le bleu sur la boucle ont été indiquées, on remarque immédiatement que « l'avorton » (5 $\mathcal{M}_\odot$) présente une tangente (droite D_5) dont la pente est plus raide que celles de D_4 et D_7. Cette dernière droite étant d'ailleurs pratiquement horizontale : malgré la combustion de He Y_c demeure pratiquement constante ! Ceci peut être expliqué par une progression vers l'extérieur de l'étoile de la limite du cœur convectif. On retient donc le rôle joué par le déplacement, au cours du temps, du bord de la zone convective centrale.

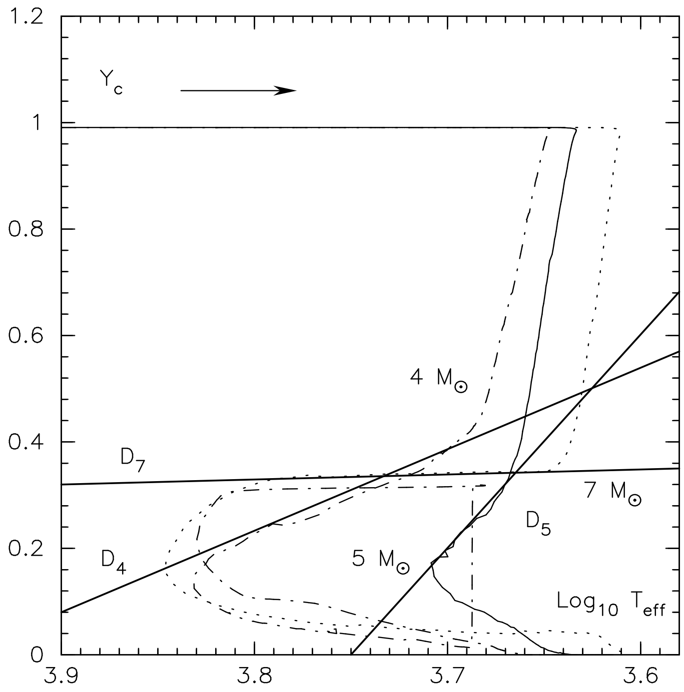


FIG. 7.14 – *Evolutions stellaires pour 4 (trait-point), 5 (trait plein) et 7 (pointillés)* $\mathcal{M}_\odot$ *pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan (0,2* $\mathrm{H_p}$ *d'overshooting sur la séquence principale et 0,0 sur la boucle bleue).* Y_c *est la fraction massique d'hélium au centre. La flèche indique le sens de l'évolution. Les droites* D_4, D_5 *et* D_7 *sont les tangentes aux portions de courbe correspondant à la partie de la boucle bleu où l'étoile va de la branche des géantes vers le bleu.*

Pour finir on va examiner l'évolution de la limite (en coordonnée lagrangienne $m/\mathcal{M}_\star$) de cette frontière entre transport convectif et radiatif, ce qui est fait sur la Fig. 7.15. Lors de l'épisode « boucle bleue », les évolutions à 4 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ ont la masse $M_{c,conv}$ de leurs cœurs convectifs qui reste pratiquement constante, on a respectivement : $M_{c,conv}/M_\star \sim 0.0215$ et $M_{c,conv}/M_\star \sim 0.0145$. Par contre, vers $\log T_{\rm eff} \sim 3.7$ la masse du cœur convectif du modèle à 5 $\mathcal{M}_\odot$ croît assez brusquement (entouré par un cercle sur la Fig. 7.15). C'est donc bien le convection qui est à l'origine du phénomène « boucle bleu naine ».

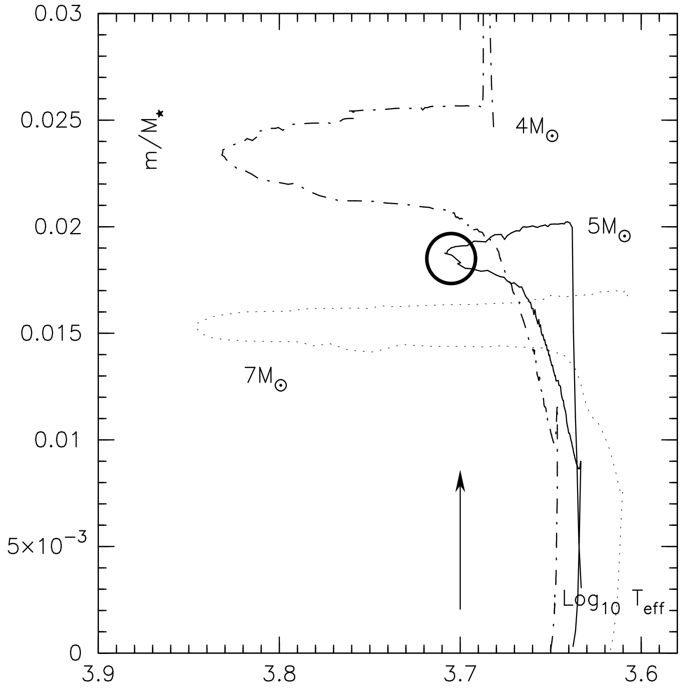


FIG. 7.15 – *Evolutions stellaires pour 4 (trait-point), 5 (trait plein) et 7 $\mathcal{M}_\odot$ (pointillés) pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan (0,2* $\mathrm{H_P}$ *d'overshoot sur la séquence principale et 0,0 sur la boucle bleue).* $m/\mathcal{M}_\star$ *est la limite du cœur convectif en coordonnée lagrangienne, en abscisse on a porté la température effective (échelle logarithmique). La flèche montre le sens de l'évolution. Le cercle indique pour le trajet à 5* $\mathcal{M}_\odot$ *la région correspondant è l'extrémité de la boucle bleue « avorton ».*

Pour encore mieux s'en persuader on a repris l'évolution à 5 $\mathcal{M}_\odot$ en ajoutant de l'overshooting lors de la combustion de He : le résultat est tracé sur la Fig. 7.16. On constate clairement que l'addition d'overshooting a augmenté l'extension de la boucle bleue. Le problème n'a cependant pas complétement disparu car une comparaison avec les évolutions à 4 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ montre encore une non-monotonie de la croissance de l'extension des boucles bleues.

7.6 Conclusion

Le temps est venu de faire le bilan de notre enquête « *Qui engendre l'avorton ?* ». Le phénomène de la boucle bleue « naine » est liée à la description de la convection dans le cœur d'une étoile brûlant de l'hélium dans son cœur. La description de la convection est encore un des principaux points faibles des calculs d'évolution stellaire. L'existence d'une discontinuité de composition chimique au bord de cœur convectif est une situation non-physique, le traitement numérique de cette discontinuité varie d'un code à l'autre ce qui peut expliquer au moins en partie les petites différences constatées d'une équipe de recherche à l'autre. L'utilisation d'une physique plus réaliste s'avère nécessaire : diffusion microscopique et/ou turbulente, rotation ... cela sera peut être le sujet d'une autre thèse.

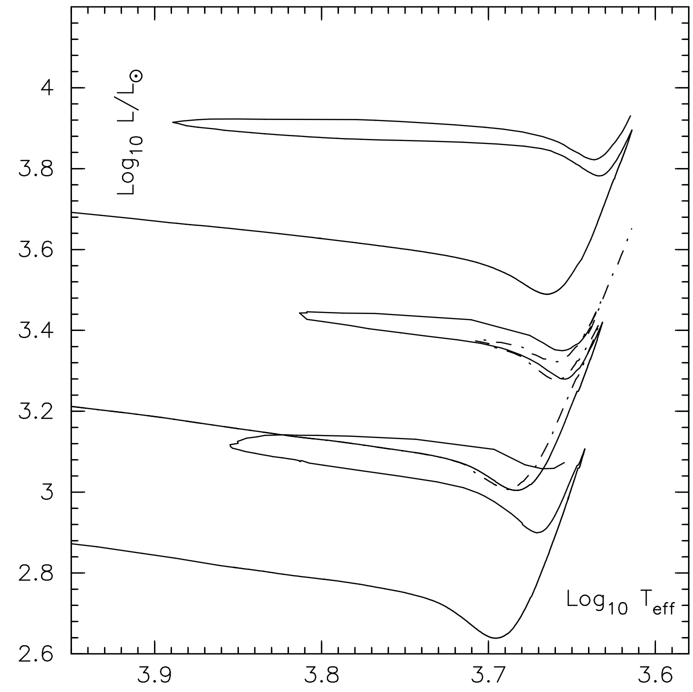


FIG. 7.16 – *Evolutions stellaires de 4, 5 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan. Toutes les évolutions représentées en trait plein ont été construites avec un overshooting de 0,2* $\mathrm{H_P}$ *sur la séquence principale* ***et*** *durant la boucle bleue. L'évolution « avorton » à 5 $\mathcal{M}_\odot$ a été indiquée en trait-point, son calcul a été mené avec un overshooting de 0,2* $\mathrm{H_P}$ *sur la séquence principale et 0,0* $\mathrm{H_P}$ *sur la boucle bleue.*

8

Apparition de « boucles bleues multiples »

« It is nice to know that the computer understands the problem. But I would like to understand it too. »
— Eugene P. Wigner, quoted in *Physics Today* [1]

Sommaire

8.1 Introduction **75**
8.2 Rôle de la combustion de l'hélium **76**
8.3 Origine de l'accroissement de Y_c lors de la boucle bleue . **77**
8.4 Incertitudes liées aux « boucles bleues multiples » **80**
8.5 Conclusion **80**

8.1 Introduction

Lors de calcul d'évolution on obtient parfois plusieurs boucles bleues. Le phénomène est sensible aux paramètres numériques, comme la valeur du pas de temps utilisé. La figure 8.1 montre une magnifique deuxième boucle bleue au moment où l'étoile retourne

1. Repris du volume *Astrophysics Simulation* du *Consortium for Upper-Level Physics Software*, auteurs : J.M. Anthony Dandy, Richard Kouzes et Charles Whitney.

vers la branche des géantes à la fin de la première boucle.

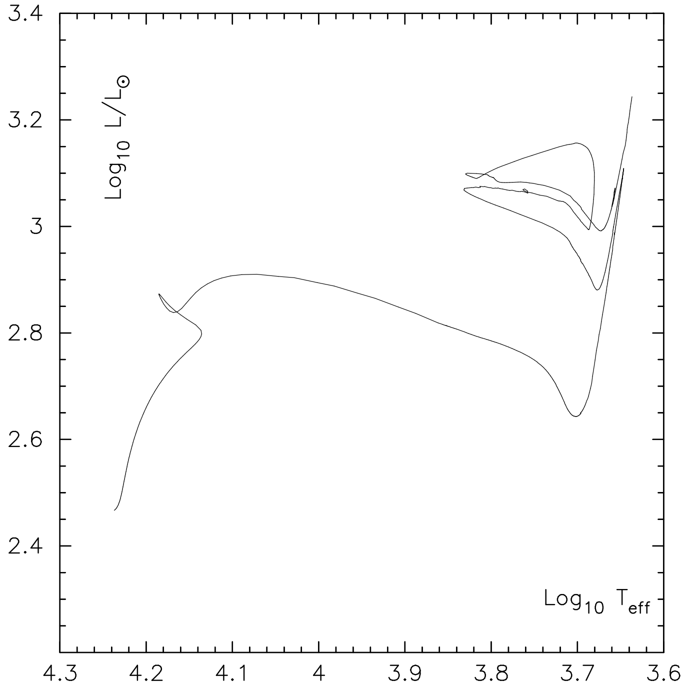


FIG. 8.1 – *Trajet évolutif de 4* $\mathcal{M}_\odot$ *, la composition chimique est* $Y = 0.251$*,* $Z = 0.004$*. L'overshooting vaut 0.2 Hp sur la séquence principale et 0.0 Hp pendant la combustion de He au centre.*

Ce genre de deuxième « boucle bleue » a été vu chez d'autres auteurs et récemment chez [Alibert *et al.*, 1999] dont on pourra consulter la figure 4.

8.2 Rôle de la combustion de l'hélium.

Comme exposé dans la section 6.1.3 la combustion de He a tendance à envoyer le modèle vers le bleu, et c'est à un retour vers le bleu qu'on assiste d'abord ici. On notera que c'est sur la partie supérieure de la BB qu'on voit la deuxième boucle bleue. Dans ce stade évolutif la fraction massique d'hélium au centre Y_c est assez faible : de l'ordre de 0,1. Donc un apport modeste -en masse- pourra provoquer l'amorçage de la deuxième boucle. La figure 8.2 représente Y_c en fonction de la température effective, on y constate qu'une augmentation de Y_c a bien lieu au départ de la deuxième BB, de plus Y_c retrouve la valeur qu'elle avait lorsque le modèle était à l'extrémité de la BB .Il reste donc a trouver une explication à ce phénomène.

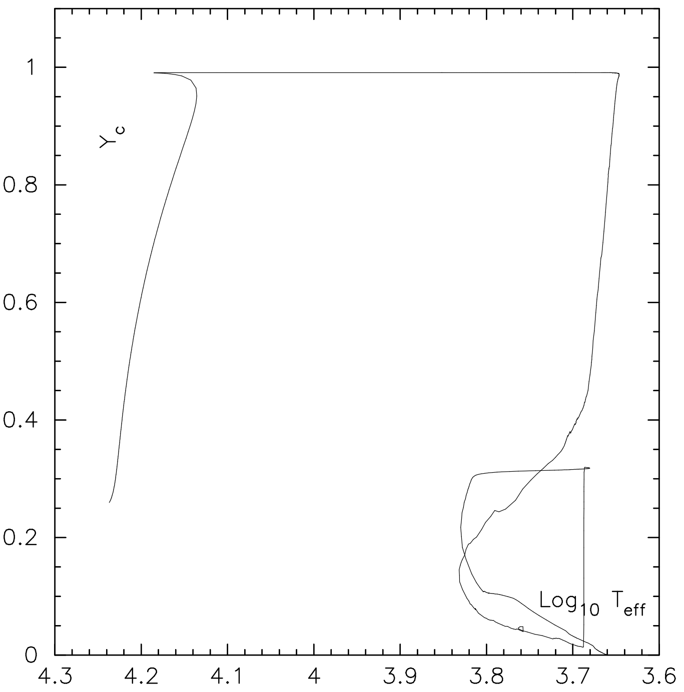


FIG. 8.2 – *Trajet évolutif de 4 $\mathcal{M}_\odot$, on représente la fraction massique d'hélium au centre de l'étoile Y_c. La composition chimique initiale est $Y = 0.251$, $Z = 0.004$. L'overshooting vaut 0.2 Hp sur la séquence principale et 0.0 Hp pendant la combustion de He au centre.*

8.3 Origine de l'accroissement de Y_c lors de la boucle bleue

Pendant une phase de combustion de He au centre, on s'attend à une décroissance stricte de Y_c. Cela est sans tenir compte de la description de la convection qui prend place dans le cœur lors de ce stade évolutif. En effet des situations comme celle montrée par la figure 8.3 où on a une importante discontinuité de Y dans le modèle se produisent assez fréquemment. La discontinuité correspond à la limite du cœur convectif dont la position est déterminée par le critère de Schwarzschild ($\nabla_{rad} = \nabla_{ad}+$ éventuellement de l'overshooting). On comprend donc bien qu'un déplacement même minime en $m/M_\star$ de cette limite peut engendrer une variation relative importante de Y_c.

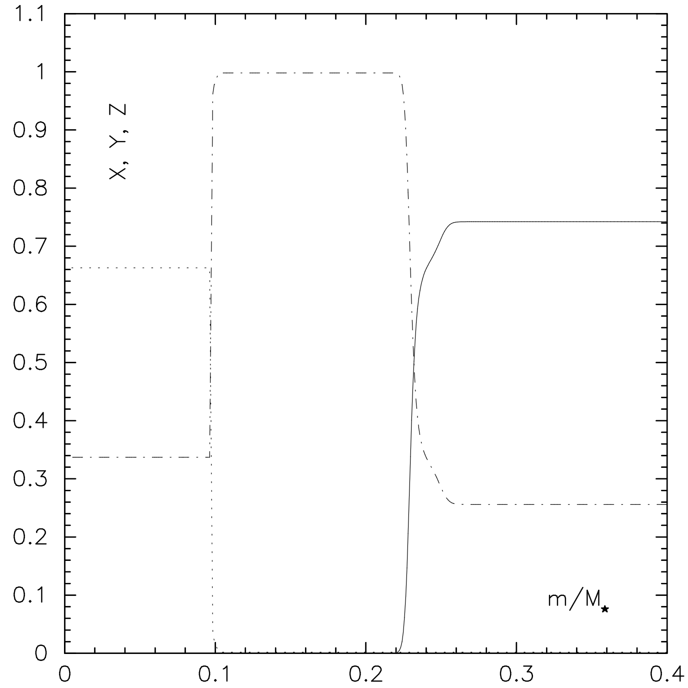


FIG. 8.3 – *Fractions massiques d'hydrogène X (trait plein), d'hélium Y (point-tiret) et des éléments lourds Z (pointillé) en fonction de $m/M_\star$ pour une étoile de 2.8 $\mathcal{M}_\odot$ de composition chimique initiale correspondant à celle du SMC. L'âge vaut 336.6 millions d'années, sur le diagramme HR l'objet se trouve sur la boucle bleue.*

Si on fait l'hypothèse d'un cœur d'hélium en fin de combustion au centre, avec une taille de la zone convective de 0,1 $m/M_\star$ et une valeur de Y_c de 0,01 ; s'il existe une discontinuité telle que celle décrite par la figure 8.3, alors un déplacement de 1% en $m/M_\star$ de la limite de la zone convective vers l'extérieur engendrera un augmentation de 100% de Y_c. Ce calcul d'ordre de grandeur montre la sensibilité du phénomène.

Ce processus physique prend naissance dans le comportement de l'opacité dans le cœur (cf. [Magee *et al.*, 1995]). En effet, lorsque le nombre moyen d'électrons par ion μ augmente, l'opacité augmente (origine de la discontinuité en opacité au bord de la zone convective). La production de ^{12}C et ^{16}O par la fusion de He entraîne une augmentation de μ donc de κ, donc de ∇_{rad}, donc de la taille du cœur convectif. Par contre, si la zone convective vient « manger » dans la région riche en hélium ($Y \approx 1$), μ diminue et donc la zone convective régresse vers le centre. Comme Y_c a augmenté la production d'énergie par la chaîne 3α croît et la zone convective se remet à croître. On a ici la possibilité d'un phénomène cyclique qui peut durer longtemps si le pas de temps utilisé par le modèle d'évolution est trop petit. C'est ce qui est montré par la Fig. 8.4 : l'évolution de gauche a été calculée (pour sa partie la plus lumineuse) avec des pas de temps de l'ordre de $\sim 0{,}10 - 0{,}20$ Ma (millions d'années) alors que l'évolution représentée à droite l'a été pour des pas de temps de $\sim 0{,}05 - 0{,}10$ Ma. En dessous des diagrammes H.-R. sont indiquées les progressions de la fraction massique centrale en hélium Y_c. Le phénomène « boucles bleues multiples » est bien couplé aux variations de Y_c.

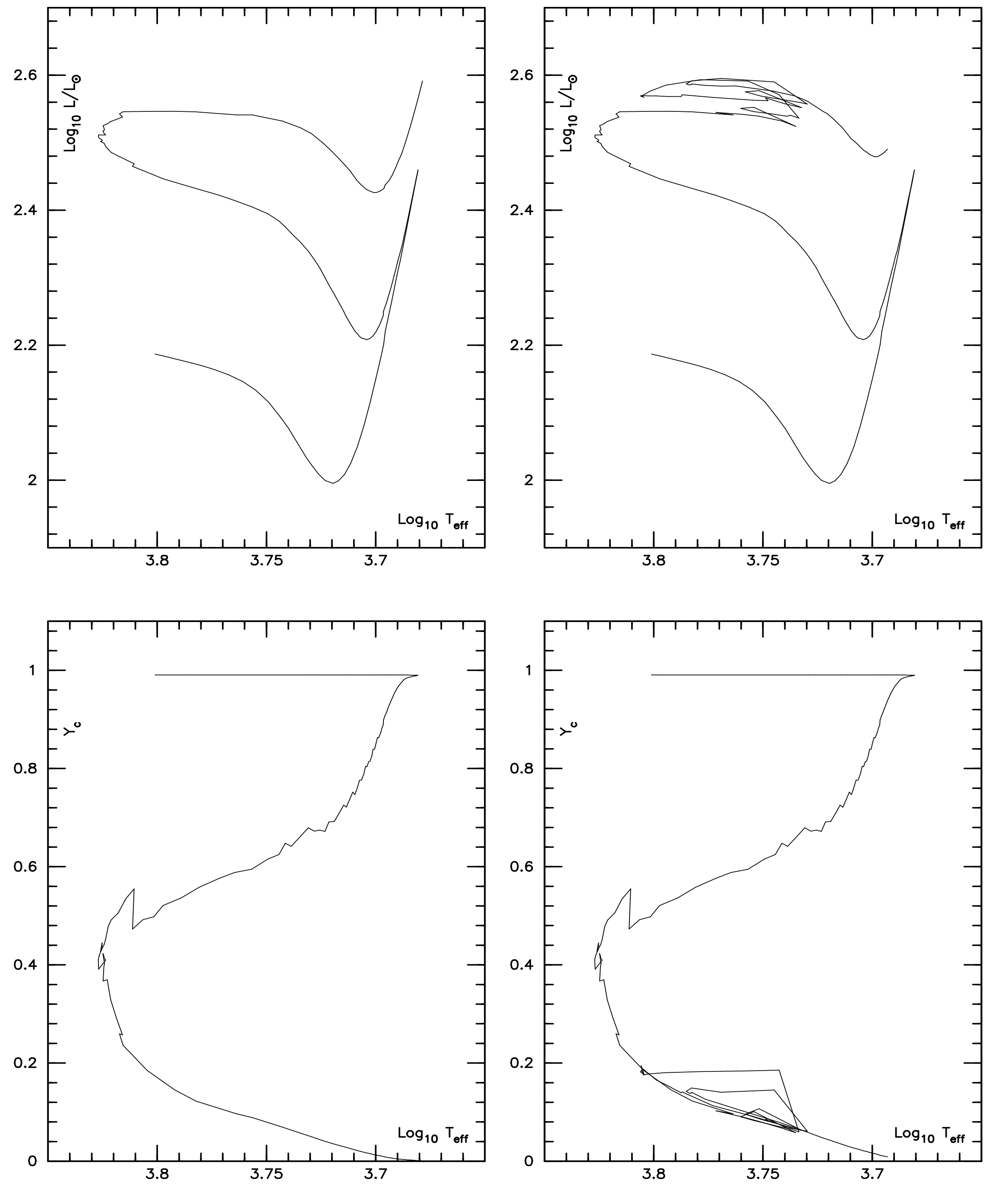


FIG. 8.4 – *Deux boucles bleues calculées pour la même masse mais pas avec les mêmes pas de temps. En bas on a représenté les variations correspondantes en fraction massique d'hélium. Pour les deux boucles le « bruit » numérique est visible au début de la boucle et à son extrémité.*

8.4 Incertitudes liées aux « boucles bleues multiples ».

Si on s'intéresse au trajet évolutif reproduit par le figure 8.1 le temps de combustion de He au centre est de l'ordre de 23 millions d'années, la deuxième boucle bleue dure environ 3 millions d'années, l'apparition d'une telle boucle introduit donc une incertitude sur τ_{He} le temps de combustion de He au centre de l'ordre de 10%.

En ce qui concerne $\log \mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$ la valeur maximale atteinte sur la deuxième boucle est environ 3,15 alors qu'elle est de l'ordre de 3.1 sur la première. Là aussi on introduit une « erreur » de l'ordre de 10% sur la luminosité.

8.5 Conclusion

On a vu que l'apparition d'une discontinuité très forte en composition chimique au bord du cœur convectif d'hélium est à l'origine des « boucles bleues multiples ». Bien sûr l'existence d'une telle discontinuité n'est pas physique puisque notre système a une taille macroscopique. Il serait nécessaire d'introduire dans les modèles une représentation des phénomènes de diffusion (microscopique, turbulente, ...) afin d'éviter ce genre de situation. Il n'est cependant pas certain que la sensibilité numérique en soit vraiment réduite, tout dépendra de la largeur de la zone où se trouvera le gradient en fraction massique d'hélium.

Deuxième partie

Vers une dépendance de l'overshooting en fonction de la métallicité?

1

Taille du coeur convectif par critère de Roxburgh : article 1 (soumis).

Les étoiles de la séquence principale plus massives que $\sim$ 1,2 $\mathcal{M}_\odot$, ont un cœur convectif. L'évolution de ces étoiles dépend fortement de la manière dont est traité ce cœur convectif et plus particulièrement de l'étendue de la zone mélangée. Le présent article est dédié à la recherche d'une dépendance de « l'overshooting » pour des étoiles de masse voisine de 3 $\mathcal{M}_\odot$; deux approches seront suivies : l'une basée sur des observations, l'autre purement théorique. La première est une méthode de dénombrement d'objets suivie d'une comparaison entre des rapports de nombre d'étoiles et des rapports de temps d'évolution issus de simulations. Les observations proviennent de l'expérience « OGLE » qui propose un ensemble de données concernant le Petit Nuage de Magellan. Les conversions entre les grandeurs théoriques ($\log L$, $\log T_{\rm eff}$) et les grandeurs observationnelles sont faites avec la bibliothèque de modèles d'atmosphère « *BaSeL* ». Cette première méthode permet de déduire un « overshooting » de 0,1 $\mathrm{H_p}$ pour les étoiles du Petit Nuage, dans le domaine de masse considéré. Cette valeur est plus petite d'un facteur deux par rapport à ce qui est généralement constaté pour la Galaxie. La deuxième méthode emploie un argument théorique : le « critère de Roxburgh » qui est une expression du principe de conservation de l'énergie. En utilisant la théorie de Kolmogorov de la turbulence, la viscosité cinétique de Spitzer et la calibration d'un paramètre libre à métallicité galactique, on obtient également une quantité « d'overshooting » égale à 0,1 $\mathrm{H_p}$. Ceci pour $\sim$ 3 $\mathcal{M}_\odot$ et pour la métallicité du Petit Nuage de Magellan. Les deux méthodes, qui sont totalement indépendantes, offrent des résultats identiques, la deuxième suggérant que la diminution de l'overshooting avec la métallicité trouve son origine dans une augmentation de la viscosité.

A&A manuscript no.
(will be inserted by hand later)

Your thesaurus codes are:
06 (02.03.3; 08.05.3; 08.09.3)

ASTRONOMY
AND
ASTROPHYSICS
5.11.2000

Towards an Overshooting-Metallicity Dependence.

D. Cordier[1,2,3], T. Lejeune[4], J.-P. Beaulieu[5], Y. Lebreton[1] and M.-J. Goupil[1]

[1] DASGAL, CNRS UMR 8632, Observatoire de Paris-Meudon, DASGAL, F-92195 Meudon Principal Cedex, France.
[2] École Nationale Supérieure de Chimie de Rennes, Campus de Beaulieu, F-35700 Rennes France
[3] Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu, F-35700 Rennes, France
[4] Observatorio Astronomico, Universidade de Coimbra, Santa Clara 3040 Coimbra, Portugal.
[5] I.A.P., 98bis boulevard Arago, F-75014 Paris, France.

Received ; accepted

Abstract. Evolution and age of main sequence stars with convective cores strongly depend on the way the extent of their mixed central regions are modelled. In the present paper we focus on stars with masses $\approx 3 M_{\odot}$ and investigate the dependence of the overshooting amount on metallicity, following two independent approaches: observational and theoretical.

Firstly the extended and very homogeneous OGLE 2 data base provides a color magnitude diagram for several thousand objects belonging to the Small Magellanic Cloud. This high quality color magnitude diagram enables us to develope a star count method and thereby derive an overshooting amount of about 0.1 $\mathrm{H_P}$, a value which is about half the galactic one.

Secondly, and independently we make use of the Roxburgh's Criterion which is based on the *energy conservation principle*. Using Kolmogorov's theory, Spitzer's kinetic viscosity and a calibration at galactic metallicity we determine an overshooting amount of 0.1 $\mathrm{H_P}$ for intermediate mass main sequence stars for the Small Magellanic Cloud.

Both methods lead to consistent results and suggest an overshooting dependence on metallicity- the overshooting amount decreases with metallicity- which is caused by the influence of chemical composition on kinetic viscosity.

Key words: convection – stars: evolution, interiors

1. Introduction

Large convective phenomena occur in the cores of main sequence stars with masses above about 1.2 $M_{\odot}$. In standard models, convection is crudely modelled with the well-known Mixing Length Theory of Bőhm-Vitense (1958) (hereafter MLT) and the core extension is determined according to the Schwarzschild criterion. The Schwarzschild limit is the value of the radius where the buoyancy force vanishes. However inertia of the convective elements leads to an extra mixing above the Schwarzschild limit, usually called "overshooting" and expressed in fraction of the pressure scale height. Several theoretical works (see Zahn 1991 for a review) give arguments in favor of such an additional mixing. Many laboratory experiments show evidences for overshooting (see Massaguer 1990 for a review).

On the astrophysical side, there are quite a number of observational facts which indicate the necessity for overshooting (see Stothers (1991) for a review). For instance, stellar cluster modelling requires overshooting to obtain a better match between model isochrones and observational Hertzsprung-Russell diagrams (HRD herafter). Maeder & Mermilliod (1981) made a detailed study based on the main sequence width of 34 clusters in the Pleiades-Hyades age range. They found an additional mixing reaching about 20-40 % of the mass of the convective core. Recently Iwamoto & Saio (1999) compared evolutionary models with observations of three binary systems: V2291 Oph, α Aur and η And. Following two approaches they adjusted either the helium content or the overshooting parameter to get a better fit to observations. The best results are obtained with a moderate overshooting amount ($\lesssim 0.15\mathrm{H_P}$).

There is no proof for universality for the value of the overshooting amount: the value which is inferred at a galactic chemical composition is not necessarily the same at a different chemical composition. Hence we investigate here a possible dependency of overshooting with metallicity. For this purpose we use two methods. Firstly, we use the recent and homogeneous color magnitude diagram for 2×10^6 stars in the Small Magellanic Cloud (hereafter SMC) from OGLE 2. From this data set and using evolutionary models with low metallicity, we estimate the over-

Send offprint requests to: daniel.cordier@ensc-rennes.fr

shooting value during the main sequence in the SMC for a stellar mass around 3 $M_{\odot}$. Secondly, we derive a theoretical overshooting value based on Roxburgh's criterion which uses the energy conservation of convective eddies.

In Sect. 2, we briefly present the physical inputs of our evolutionary calculations. The OGLE 2 data set from Udalski et al. (1998) and necessary conversions between observational and theoretical quantities are also described. In Sect. 3, we consider the 11 fields available for the SMC; we recall that the crowding being highly variable from field to field in SMC, it leads to different completeness. Particular attention is therefore paid to the completeness of the samples and we reject the fields with bad completeness. We compare star number ratios with evolutionary time scale ratios calculated for models computed with various overshooting amounts. The best agreement between star number ratios and time scale ratios favors an overshooting of 0.1 $\mathrm{H_p}$.

In Sect. 4, we use the Roxburgh's criterion from Roxburgh (1989) to determine the overshooting amount. First dissipative phenomena are neglected. In a second step, the criterion is used including a non-zero dissipative rate which we estimate on the basis of the Kolmogorov theory and Spitzer's kinetic viscosity. The derived overshooting amount is consistent with the observational determination of Sect. 3.

Sect. 5 gives some comments and concluding remarks.

2. Theoretical framework and data

2.1. Evolutionary models

Our evolutionary models are built with the 1D Henyey type code CESAM[1] originally written by P. Morel (see Morel 1997 for details) in which we brought several improvements. Applying modern techniques like the projection of the solutions on B-spline basis and automatic mesh refinements, CESAM allows robust, stable and highly accurate calculations. We use as physical inputs:

- the OPAL 96 opacities from Iglesias & Rogers (1996) at high temperatures (T > 10000 K) and the Alexander & Ferguson (1994) opacities for cooler domains. For metallicity higher than the solar one (that occurs during the He core burning phase) we use elemental opacities (Los Alamos) calculated by Magee et al. (1995).
- the EFF equation of state from Eggleton et al. (1973)
- elemental abundancies are from Grevesse & Noels (1993) (the "GN93" mixture), the cosmological helium is from Izotov et al. (1997) and the helium content is scaled on the solar one following a standard helium-metallicity relation: $Y = Y_P + Z(\Delta Y/\Delta Z)$. The calibration of a solar model in luminosity yields $\Delta Y/\Delta Z$ = 2 (Lebreton et al. (1999). This value is compatible with the recent value $\Delta Y/\Delta Z = 2.17 \pm 0.4$ of Peimbert et al. (2000). We therefore adopt $\Delta Y/\Delta Z \approx 2$
- The nuclear reaction rates are from Caughlan et al. (1988), except: $^{12}C(\alpha,\gamma)^{16}O$, $^{17}O(p,\gamma)^{18}F$ taken from Caughlan et al. (1985) and $^{17}O(p,\alpha)^{14}N$ taken from Landré et al. (1990).
- To take into account the metallicity effect on the mass loss rate (de Jager et al. 1988) we adopt the scaling factor $(Z_0/0.02)^{0.5}$ derived from the Kudritzki et al. (1986) models.
- The convective flux is computed in the frame of the MLT. We use the mixing length value derived from solar calibration, $l_{MLT} = 1.6H_p$. An extra mixing zone is added above the Schwarzschild convective core. This "overshooting" zone is set to extend over $\alpha_{ov} = 0.2H_p$ unless otherwise stated.
- the external boundary conditions are determined in a layer within a simple model atmosphere built using an Eddington's $T(\tau)$ law.

[1] CESAM : Code d'Evolution Stellaire Adaptatif et Modulaire

2.2. Conversion of the theoretical quantities into observational ones

In order to compare theoretical results to observational data, conversions are needed. These transformations of the theoretical quantities, (M_{bol}, T_{eff}) into absolute magnitudes and colors are derived from the most recent version of the Basel Stellar Library (*BaSeL*, version 2.2), available electonically at `ftp://tangerine.astro.mat.uc.pt/pub/BaSeL/` (Lejeune, 2001), which provides color-calibrated theoretical flux distributions for the largest possible range of fundamental stellar parameters, T_{eff} (2000 to 50,000 K), $\log g$ (-1.0 to 5.5 dex), and [Fe/H] (-5.0 to +1.0 dex).

The *BaSeL* flux distributions are calibrated on the stellar UBVRIJHKL colors, using

- *empirical* photometric calibrations for solar metallicity
- *semi-empirical* relations constructed from the color differences predicted by the stellar model atmospheres for non-solar metallicities

(details about the calibration procedure are given in Lejeune et al. 1997, 1998). Compared to the previous versions of the *BaSeL* library (Lejeune et al. 1998), all the model spectra of stars with $T_{\mathrm{eff}} \geq 10,000$ K are now calibrated upon empirical colors from the T_{eff} *versus* (B − V) relation of Flower (1996). In addition, the calibration procedure for the cool giant model spectra has been extended in the present models to the parameter ranges 2500 K ≤ T_{eff} < 6000 K and -1.0 ≤ $\log g$ < 3.5 [2], which provides redder colors for giant models, in better agreement with

[2] In the previous versions of the *BaSeL* models, we adopted T_{eff} = 5000 K and $\log g$ = 2.5 as the upper limits for the calibration of giants (see Lejeune et al.1998 for details).

observed red giant branches of metal-poor globular clusters (see Lejeune & Buser 2001).

2.3. OGLE 2 project and available data

The observational data set considered here has been obtained by the Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE) consortium during its second operating phase. OGLE project is a massive, long term photometric survey towards several regions: Galactic Bulge (GB hereafter) and Magellanic Clouds. The main goal is the detection of dark matter but as a by-product, a large number of variable objects have been detected. For more details and references the reader can consult URL: `http://www.astrouw.edu.pl/~ogle/`. The photometric data of the Large Magellanic Cloud (LMC) and Galactic Bulge (GB) is not yet fully available; we have only downloaded the SMC data described in Udalski et al. (1998). The SMC is divided into 11 fields covering 55'x14'; each field contains between $\sim 100,000$ and $\sim 350,000$ objects. Various quantities are available: equatorial coordinates, V, (B − V), (V − I), B and I photometry data. This database has the great advantage to be extensive and very homogeneous. We have chosen to work in the (I, (V − I)) Color-Magnitude diagram (hereafter CMdiagram) corresponding to the largest data set.

3. Overshooting determination in the SMC: star counts in OGLE 2 fields

3.1. Choice of the fields for a better completeness

Our purpose is to determine the overshooting amount by means of a star count method. The completeness of the samples in the considered magnitude range therefore is a crucial point. Crowding and the inability of the instrument to detect stars in the background noise can keep from detecting all the stars, hence a number of stars can be missing in the samples. We must therefore start by adressing the completeness of the samples.

Among others Holtzman et al. (1998) estimated the completeness of their observations of the LMC from the Hubble Space Telescope (HST) by means of numerical experiments. They added artificial stars in their sample and verified if they find them after treatment. This method is unpracticable here because we do not have access to the original data. Udalski et al. (1998) have performed similar work with their data but results are available only for three fields: SC1, SC6 and SC10. Here we need estimation of completeness for each OGLE field.

To estimate the completeness we compare the OGLE 2 luminosity function (LF_{OGLE}) and a synthetic luminosity function (LF_{synth}). To define the LF_{OGLE}, we take into account -for a given field- the stars which are close enough to our theoretical Zero Age Main Sequence (ZAMS); i.e. located between the curves A and B in Fig. 1. For sake of simplicity, the width of our ZAMS is chosen constant and thin enough to avoid evolutionary effects but large enough to yield statistically significant star counts.

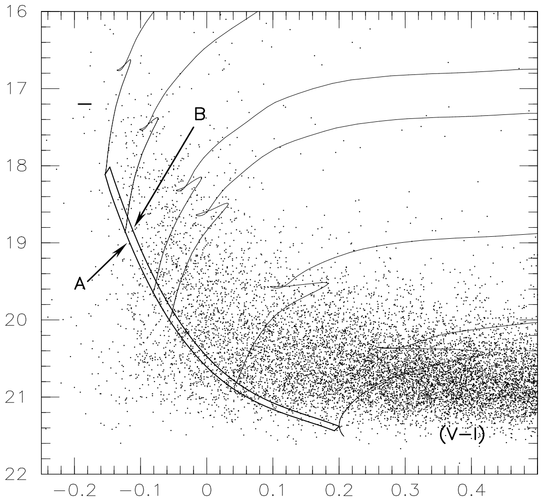


Fig. 1. Part of the Color-magnitude diagram of the SC1 OGLE 2 field (only 20% of the objects have been plotted), evolutionary tracks for M= 1.5, 2.0, 3.0, 3.5, 5.0 and 7.0 $M_{\odot}$. The stars on the ZAMS are assumed to be located between the curves A and B.

A synthetic LF_{synth} is built by combining an Initial Mass Function (IMF) and a Mass Luminosity Function MLF_{theo} derived from our models.:

- The MLF is a simple fit of our theoretical calculation, we obtain:
$$\log \frac{M}{M_{\odot}} = -0.19368 \times I + 4.42186 \quad (1)$$
- The IMF has been extensively discussed by many authors. Toward both Galactic poles and within a distance of 5.2 pc from the Sun, Kroupa et al. (1993) found a mass function: $dN/dm \approx m^{-\alpha}$ with $\alpha \approx 2.7$ for stars more massive than 1 $M_{\odot}$. In the Large Magellanic Cloud (LMC), Holtzman et al. (1997) inferred -from HST observations- a value consistent with the Salpeter (Salpeter 1955) one: $\alpha \approx -2.35$. At very low metallicity, Grillmair et al. (1998) observed the Draco Dwarf spheroidal Galaxy ([Fe/H] ≈ -2) with the HST. They concluded that the Salpeter IMF slope remains valid in this galaxy.

As shown by the above examples, in the light of high quality observations (HST) an IMF slope around -2.5 appears to be universal for the mass range of interest to us. We make the reasonable assumption that any complete star field should verify the present IMF.

The results are summarized in Fig. 2 where the displayed histograms give $\log N$ (number of objects) versus the I-magnitude.

To decide if a particular OGLE field has a bad or a good completeness we carry out the following test: we fit the histogram (dashed line in Fig. 2) and compare the slope of the fit with the slope of synthetic LF_{synth} curves (solid and dot-dashed lines in Fig. 2). When the slope of the fit significantly differs from the slope of the theoretical curves, the OGLE field is rejected (i.e. we calculate the ratio between the slope of the histogram fit and mean slope of LF_{synth} and we reject the fields with ratio greater than a value arbitrarily set to 1.1). As a consequence we keep 5 fields as being satisfactorily complete and reject fields SC 3 to SC8 (included) from our final study. One can look at URL: `http://www.astrouw.edu.pl/~ogle/ogle2/smc.jpg` which is a picture of SMC where OGLE 2 fields are indicated by their boundaries. The reader can check that the fields we rejected are more crowded, i.e. with larger clutter problems. Our completeness estimations are consistent with Udalski et al. (1998) (SC 6 field having the worst completeness compared with SC1 and SC10).

3.2. Counting Method

This section is dedicated to the description of the overshooting determination method which is mainly based on a comparison between star numbers and evolutionary time scales along the main sequence. For a given star mass - e.g. 3 $M_\odot$- we consider two main sequence evolutionary tracks, a track with non-zero overshooting and a track with an overshooting amount $\alpha_{ov} = 0.2$ H_p. Within the CMdiagram we define three "boxes" (see Fig. 3):

- **box 1**=(**ABCD**) includes the whole set of tracks, its extension is defined by the length of the largest main sequence track (the one with non-zero overshooting amount)
- **box 2**=(**AB$_2$C$_2$D**) corresponds to the zero-overshooting main sequence track.
- **box 3**=(**B$_2$BCC$_2$**) represents the excess number of stars associated with the 0.2 H_p track over the star number associated with 0.0 H_p one.

The time spent by stars into boxes 2 and 3 (τ_2 and τ_3) is taken from evolutionary models. We count the numbers N_2 and N_3 of stars in the OGLE 2 fields belonging to boxes 2 and 3. Because of the young age of the SMC (a few Gyrs), one can legitimately assume a constant star formation rate during a few hundred millions years. As a consequence, the ratios τ_3/τ_2 and N_3/N_2 must be very close to each other. Therefore the best model will be the one with the time ratio in best agreement with the star number ratio.

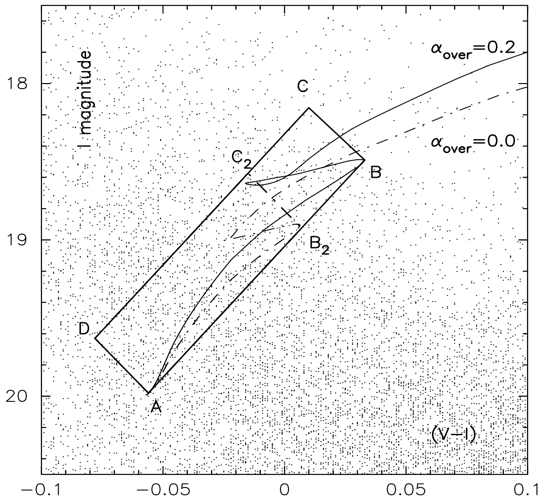


Fig. 3. The principle of our counting method is illustrated with a CMdiagram of the OGLE 2 field "SC 1" (only 90% of the stars have been plotted for sake of clarity). Two evolutionary tracks both involving a 3 $M_\odot$ model are plotted, respectively with $\alpha_{ov} = 0.2\mathrm{H_p}$ (solid line) and $\alpha_{ov} = 0.0\mathrm{H_p}$ (dashed line). The box labeling is: **Box 1**=(**ABCD**), **box 2**=(**ABC$_2$D$_2$**) and **box 3**=(**B$_2$BCC$_2$**).

We now turn to a determination of the overshooting amount on the SMC main sequence.

3.3. Overshooting on the SMC main sequence for an intermediate mass star: an observational constraint

For a fixed mass value i.e. 3 $M_\odot$, we have calculated 5 main sequence tracks for the SMC using 5 different overshooting values: 0.0, 0.1, 0.2, 0.3 and 0.4 H_p. Fig. 4 displays the corresponding evolutionary tracks and boxes. For each non-zero overshooting value, the boxes 2 and 3 as defined in the previous section, are built for each OGLE 2 field which has been selected for its good completeness.

The agreement between theory and observation is quantified with δ, built as a relative difference:

$$\delta = \frac{\left|\dfrac{\tau_3}{\tau_2} - \dfrac{N_3}{N_2}\right|}{\dfrac{N_3}{N_2}} \qquad (2)$$

(multiplied by a factor of 100 to be expressed in percentage).

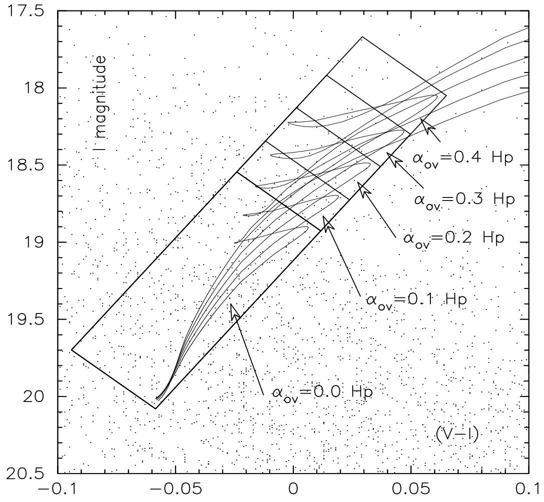


Fig. 4. The five $3M_\odot$ evolutionary tracks with respective overshooting amounts of 0.0, 0.1, 0.2, 0.3 and 0.4 Hp in a color-magnitude. The chemical composition is $X_0 = 0.745$, $Y_0 = 0.251$, $Z_0 = 0.004$. All "boxes" are displayed, stars belonging to the SC 1 OGLE field are shown (only 10% of total amount) as dots.

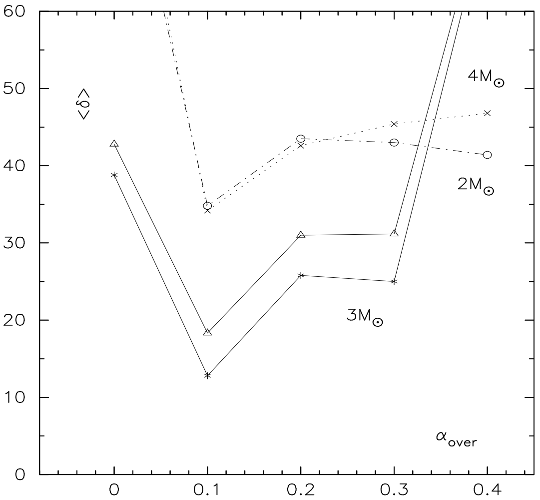


Fig. 5. $<\delta>$ versus the overshooting amount α_{ov} for 2 (dashed-dotted line), 3 (solid line, with "stars") and 4 $M_\odot$ (dotted line) using the 5 best complete fields. The solid line with triangles is for 3 $M_\odot$ but with 6 fields (1, 2, **5**, 9, 10 and 11).

3.4. Results for 3 $M_\odot$ evolutionary tracks

For 3 $M_\odot$ evolutionary sequences, the results of star counting are summarized in Table 1. For each overshooting amount (α_{ov}) we give the τ_3/τ_2 theoretical ratio and the star numbers for OGLE 2 fields. In this table, δ is expressed in percentage for convenience and $\Delta(N_3/N_2)$ is an estimation of the error on the number ratio N_3/N_2. An average value of δ ($<\delta>$) is calculated taking into account only the "selected" fields -i.e. the ones showing acceptable completeness. The lower $<\delta>$, the better the agreement between theory and observation. We emphasize two main points:

(1) as expected, whatever the overshooting amount is, better agreements (lower δ) are obtained for our selected fields

(2) a better match (lower $<\delta>$) is obtained for the lowest value of overshooting amount $\alpha_{ov} = 0.1\mathrm{H_p}$.

Finally we have to distinguish between $\alpha_{ov} = 0.1\mathrm{H_p}$ ($<\delta>$=12.80 %) and the situation where $\alpha_{ov} = 0.0\mathrm{H_p}$. For this latter value we found τ_3/τ_2[3] yielding $<\delta>$=38.80 %. In conclusion, our method clearly favors $\alpha_{ov} = 0.1\mathrm{H_p}$ as summarized in Fig. 5.

To assess the sensitivity of the result to the field selection, we have added field 5 (which does not appear to be the worst) in the study. Fig. 5 shows that the conclusion is not affected, the whole curve is just shifted toward higher (i.e. worst) $<\delta>$ values. All calculations have been performed with a distance modulus of 18.94 (Laney & Stobies 1994). Some authors Kovács (2000) found a slightly higher value (19.05 $\pm$ 0.13 mag), hence we did a test with 19.10. For 0.0 $\mathrm{H_p}$, 0.1 $\mathrm{H_p}$, 0.2 $\mathrm{H_p}$, 0.3 $\mathrm{H_p}$ and 0.4 $\mathrm{H_p}$ we have found respectively: $<\delta>$= 88.5 %; 19.5 %; 35.3 %; 35.4 % and 76.7 %. An overshooting amount equal to 0.1 $\mathrm{H_p}$ is again favored showing that our result is not sensitive to the distance modulus value.

3.5. Results for 2 and 4 $M_\odot$ cases

We now apply the counting method to 2 and 4 $M_\odot$ models. The results are gathered in Tables 2 and 3. For the 2 $M_\odot$ case (I-magnitude range: 18.5 - 21), the completeness problem appears to be more acute, so we added fields 6 and 8 to the previous selection. For the 4 $M_\odot$ case (I-magnitude range: 17.5 - 19.5), we keep the same sample as in the 3 $M_\odot$ case, i.e. fields 1, 2, 9, 10 and

[3] Calculated within the box 1 related to $\alpha_{ov} = 0.1\mathrm{H_p}$

Table 1. Star counts for 3 $M_\odot$ related with Fig. 4. δ is defined in the text with Eq. 2 and its average value $<\delta>$ is calculated only from the values written in bold (fields with good completeness)

M= $3M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.1$Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.0876$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	1111	93	.0837	.0112	**5**
SC2	1603	159	.0992	.0103	**12**
SC3	2135	314	.1471	.0115	40
SC4	2936	462	.1574	.0102	44
SC5	4815	780	.1620	.0083	46
SC6	5333	750	.1406	.0071	38
SC7	3639	496	.1363	.0084	36
SC8	3251	468	.1440	.0092	39
SC9	3620	355	.0981	.0068	**11**
SC10	3645	361	.0990	.0069	**12**
SC11	2681	308	.1149	.0088	**24**
				$<\delta>=$	**12.80**

M= $3M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.2$ Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.1277$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	1111	154	.1386	.0153	**8**
SC2	1603	308	.1921	.0157	**34**
SC3	2135	590	.2763	.0174	53
SC4	2936	835	.2844	.0151	55
SC5	4815	1438	.2987	.0122	57
SC6	5333	1357	.2545	.0104	50
SC7	3639	872	.2396	.0121	47
SC8	3251	813	.2501	.0132	49
SC9	3620	600	.1657	.0095	**23**
SC10	3645	628	.1723	.0097	**26**
SC11	2681	551	.2055	.0127	**38**
				$<\delta>=$	**25.80**

M= $3M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.3$ Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.1592$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	1111	182	.1638	.0171	**3**
SC2	1603	395	.2464	.0186	**35**
SC3	2135	786	.3681	.0211	57
SC4	2936	1137	.3873	.0186	59
SC5	4815	1992	.4137	.0152	62
SC6	5333	1780	.3338	.0125	52
SC7	3639	1122	.3083	.0143	48
SC8	3251	1037	.3190	.0155	50
SC9	3620	733	.2025	.0108	**21**
SC10	3645	783	.2148	.0112	**26**
SC11	2681	717	.2674	.0152	**40**
				$<\delta>=$	**25.00**

M= $3M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.4$ Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.0657$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	1111	209	.1881	.0187	**65**
SC2	1603	467	.2913	.0208	**77**
SC3	2135	941	.4407	.0239	85
SC4	2936	1385	.4717	.0214	86
SC5	4815	2414	.5013	.0174	87
SC6	5333	2125	.3985	.0141	84
SC7	3639	1308	.3594	.0159	82
SC8	3251	1177	.3620	.0169	82
SC9	3620	823	.2273	.0117	**71**
SC10	3645	896	.2458	.0123	**73**
SC11	2681	821	.3062	.0166	**79**
				$<\delta>=$	**73**

Table 2. Star counts for $2M_\odot$ (See also Table 1 caption).

M= $2M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.1$ Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.112$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	4109	467	.1137	.0070	1
SC2	5432	887	.1633	.0077	31
SC3	12246	2211	.1805	.0055	38
SC4	11287	2464	.2183	.0065	49
SC5	19776	3804	.1924	.0045	42
SC6	20819	3666	.1761	.0041	**36**
SC7	15390	2557	.1661	.0046	33
SC8	11000	1800	.1636	.0054	**32**
SC9	10049	1132	.1126	.0045	1
SC10	8530	842	.0987	.0045	13
SC11	7404	737	.0995	.0048	13
				$<\delta>=$	**34.00**

M= $2M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.2$ Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.152$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	4109	687	.1672	.0090	9
SC2	5432	1390	.2559	.0103	41
SC3	12246	3560	.2907	.0075	48
SC4	11287	4087	.3621	.0091	58
SC5	19776	6286	.3179	.0063	52
SC6	20819	6046	.2904	.0057	**48**
SC7	15390	4062	.2639	.0063	42
SC8	11000	2738	.2489	.0071	**39**
SC9	10049	1719	.1711	.0058	11
SC10	8530	1270	.1489	.0058	2
SC11	7404	1062	.1434	.0061	6
				$<\delta>=$	**43.50**

M= $2M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.3$ Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.185$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	4109	778	.1893	.0097	2
SC2	5432	1661	.3058	.0117	40
SC3	12246	4387	.3582	.0086	48
SC4	11287	5240	.4643	.0108	60
SC5	19776	8010	.4050	.0074	54
SC 6	20819	7547	.3625	.0067	**49**
SC7	15390	4825	.3135	.0070	41
SC 8	11000	3247	.2952	.0080	**37**
SC9	10049	1987	.1977	.0064	6
SC10	8530	1496	.1754	.0064	5
SC11	7404	1220	.1648	.0066	12
				$<\delta>=$	**43.00**

M= $2M_\odot$ $\alpha_{over} = 0.4$ Hp $\tau_3/\tau_2 = 0.207$

Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	4109	811	.1974	.0100	5
SC2	7206	1774	.3266	.0122	37
SC3	12246	4771	.3896	.0092	46
SC4	11287	5853	.5186	.0117	60
SC5	19776	8856	.4478	.0079	54
SC 6	20819	8230	.3953	.0071	**48**
SC7	15390	5174	.3362	.0074	38
SC 8	11000	3433	.3121	.0083	**34**
SC9	10049	2086	.2076	.0066	0
SC10	8530	1592	.1866	.0067	11
SC11	7404	1289	.1741	.0069	19
				$<\delta>=$	**41.00**

Table 3. Star counts for $4M_{\odot}$(See also Table 1 caption).

M= $4M_{\odot}$	$\alpha_{over} = 0.1$ Hp		$\tau_3/\tau_2 = 0.08$		
Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	533	68	.1276	.0210	**37**
SC2	640	95	.1484	.0211	**46**
SC3	512	99	.1934	.0280	59
SC4	935	143	.1529	.0178	48
SC5	1626	325	.1999	.0160	60
SC6	2098	319	.1520	.0118	47
SC7	1508	215	.1426	.0134	44
SC8	1345	229	.1703	.0159	53
SC9	1815	202	.1113	.0104	**28**
SC10	1843	179	.0971	.0095	**18**
SC11	1082	148	.1368	.0154	**42**
				$<\delta>=$	**34.20**
M= $4M_{\odot}$	$\alpha_{over} = 0.2$ Hp		$\tau_3/\tau_2 = 0.120$		
Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	533	105	.1970	.0278	**39**
SC2	640	183	.2859	.0324	**58**
SC3	512	182	.3555	.0421	66
SC4	935	286	.3059	.0281	61
SC5	1626	595	.3659	.0241	67
SC6	2098	620	.2955	.0183	59
SC7	1508	426	.2825	.0210	58
SC8	1345	409	.3041	.0233	61
SC9	1815	342	.1884	.0146	**36**
SC10	1843	319	.1731	.0137	**31**
SC11	1082	256	.2366	.0220	**49**
				$<\delta>=$	**42.60**
M= $4M_{\odot}$	$\alpha_{over} = 0.3$ Hp		$\tau_3/\tau_2 = 0.143$		
Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	533	129	.2420	.0318	**41**
SC2	640	237	.3703	.0387	**61**
SC3	512	270	.5273	.0554	73
SC4	935	399	.4267	.0353	66
SC5	1626	798	.4908	.0295	71
SC6	2098	836	.3985	.0225	64
SC7	1508	567	.3760	.0255	62
SC8	1345	524	.3896	.0276	63
SC9	1815	421	.2320	.0167	**38**
SC10	1843	401	.2176	.0159	**34**
SC11	1082	327	.3022	.0259	**53**
				$<\delta>=$	**45.40**
M= $4M_{\odot}$	$\alpha_{over} = 0.4$ Hp		$\tau_3/\tau_2 = 0.160$		
Field	N_2	N_3	N_3/N_2	$\Delta(N_3/N_2)$	δ (%)
SC1	533	145	.2720	.0344	**41**
SC2	640	275	.4297	.0429	**63**
SC3	512	341	.6660	.0655	76
SC4	935	490	.5241	.0408	69
SC5	1626	949	.5836	.0334	73
SC6	2098	1011	.4819	.0257	67
SC7	1508	647	.4290	.0279	63
SC8	1345	617	.4587	.0310	65
SC9	1815	486	.2678	.0184	**40**
SC10	1843	458	.2485	.0174	**36**
SC11	1082	374	.3457	.0284	**54**
				$<\delta>=$	**46.80**

11. This data set confirms the information deduced from the 3 $M_{\odot}$ case, i.e. the track with $\alpha_{ov} = 0.1$ $\mathrm{H_p}$ is highly favored. The $<\delta>$ estimation at 2 and 4 $M_{\odot}$ inferred for $\alpha_{ov} = 0.0\mathrm{H_p}$ in all boxes gives values around 88% and 92% respectively which clearly rejects zero overshooting.

In conclusion Fig. 5 shows that the overshooting amount in the SMC ($Z_0 = 0.004$) should be of the order of:

$$\alpha_{ov} = 0.1\mathrm{H_p}$$

4. A theoretical constraint : the Roxburgh criterion

The Roxburgh criterion is a very general constraint on the size of the convective core, for details see Roxburgh (1989). It is written as an integral formulation over the stellar core radius:

$$\int_{r=0}^{r=R_{ov}} (L_{rad} - L_{nuc}) \frac{1}{T^2} \frac{dT}{dr} dr = \int_{r=0}^{r=R_{ov}} \frac{\Phi}{T} 4\pi r^2 dr \quad (3)$$

where L_{rad} and L_{nuc} are respectively the radiative energy flux and the total energy flux (in $\mathrm{J.s^{-1}}$), r is the radius, R_{ov} is the core size including the "overshooting" region. Φ represents the viscous dissipation (in $\mathrm{J.s^{-1}.m^{-3}}$). In the whole stellar convective core the turbulence is supposed to be statistically stationary and the temperature gradient has to be almost adiabatic.

Our aim is to estimate the size of the convective core for a main sequence star in the intermediate mass range. In a first approach, see Sect. 4.1 below, we use the Roxburgh criterion neglecting the viscosity i.e. assuming $\Phi = 0$. In a second step, see Sect. 4.2, we include a description of dissipative phenomena.

4.1. Models without viscous dissipation

CESAM code has been modified in order to built the convective core of a stellar model according to Eq(3). In this section, evolutionary models are calculated neglecting any dissipative processes, i.e. with $\Phi = 0$ in the Roxburgh criterion: the same mass (3 $M_{\odot}$) is used whereas the metallicity in mass fraction is set to $Z = 0.02$ (Milky Way (MW) value), 0.008 (LMC value) and 0.004 (SMC). The results are translated -for comparison facilities- into Equivalent Overshooting Amount (EOA hereafter) expressed in pressure scale height above the Schwarzschild limit. The EOA changes along a main sequence, thus we have calculated a time weighted average value for each evolutionary track (Table 4).

The results in Tab. 4 shows that the average EOA appears to be weakly dependent of the metallicity. Keeping in mind the studies mentioned in Sect. 1, an EOA around 0.5 $\mathrm{H_p}$ during the main sequence phase appears to be unrealistically large, especially in the galactic case where we have the strongest constraints for overshooting and expect a value of about 0.2 $\mathrm{H_p}$.

Table 4. Time weighted average EOA for three main sequence $3M_\odot$ evolutionary models.

Metallicity Z_0	0.02 (MW)	0.008 (LMC)	0.004 (SMC)
Average EOA	0.50 Hp	0.51 Hp	0.53 Hp

These values have to be understood as upper limits for overshooting. More realistic models require dissipation, which is considered in the next section.

4.2. Models with viscous dissipation

4.2.1. Viscosity and viscous dissipation rate

Turbulence is a universal phenomenon taking place in the Earth atmosphere, oceans or stellar medium as well. In the present case, the stellar convective cores are turbulent and we adopt a turbulent dissipation rate ($J.s^{-1}.kg^{-1}$):

$$\epsilon_{vis} = 2\ \nu_{kin} \int_0^{+\infty} E(k)k^2 dk \tag{4}$$

where ν_{kin} is the kinetic viscosity ($m^2.s^{-1}$), $E(k)$ the kinetic energy spectrum ($m^3.s^{-2}$) and k a wave number (m^{-1}). See Lesieur (1990) for references on turbulence. Spitzer (1962) established an expression for the kinetic viscosity ($m^2.s^{-1}$):

$$\nu_{kin} \approx \frac{2\times 10^{-15}}{\rho}\frac{T^{5/2}}{Z^4}\frac{A^{1/2}}{\ln \Lambda_c} \tag{5}$$

where A is the atomic weight, Z is the ion charge, T the temperature and:

$$\Lambda_c \approx 10^4 \frac{T^{3/2}}{n_e^{1/2}} \tag{6}$$

where n_e is the number of free electrons per unit volume. We adopt a Kolmogorov turbulent energy spectrum:

$$E(k) = C_K\ \epsilon_{vis}^{2/3}\ k^{-5/3} \tag{7}$$

where $C_K \approx 1.5$ is the Kolmogorov constant. If l_0 is the largest distance scale of turbulent medium, we define the related wave number $k_0 = 2\pi/l_0$ and the lower limit of dissipation range:

$$k_s = \frac{(3C_K^2)^{1/4}}{4\pi}\ k_0\ R_0^{3/4} \tag{8}$$

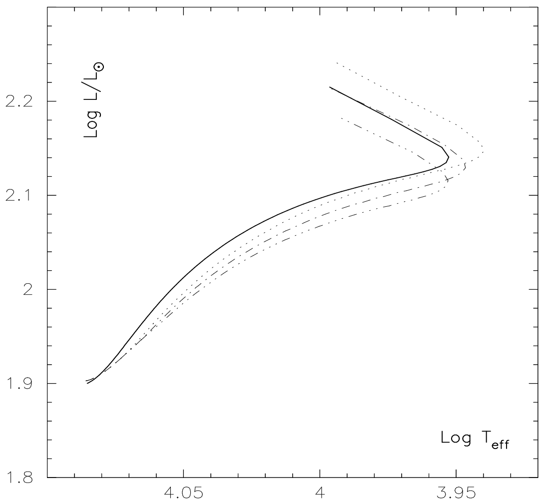


Fig. 6. Evolutionary track for a 3 $M_\odot$ model with galactic chemical composition and with "classical" 0.2Hp overshooting (solid curves), with an overshooting amount according to Roxburgh's criterion with dissipation: $\lambda = 6.92\times10^{-2}$ (dotted-dotted-dotted curves), $\lambda = 4.94\times10^{-2}$ (dot-dashed curves) and $\lambda = 3.87\times10^{-2}$ (dotted line).

The dimensionless quantity R_0 is the Reynolds number of the global flow. Typically $R_0 \approx 10^{12}$ corresponds to $k_s \approx 10^8 k_0$. We distinguish three domains:

- $k \ll k_0$: range of turbulent energy injection, viscous dissipation is negligible.
- $k_0 \ll k \ll k_s$: inertia range where the asymptotic spectrum can be assumed:
  $$E(k) = E_1(k) = C_K\ \epsilon_{vis}^{2/3}\ k^{-5/3} \tag{9}$$
- $k_s \ll k$: dissipation range with an asymptotic spectrum:
  $$E(k) = E_2(k) = C_K\ \epsilon_{vis}^{2/3}\ k_s^{16/3}\ k^{-16/3} \tag{10}$$

One can infer an upper-limit for ϵ_{vis} by truncating the sum at $10k_0$, we assume that $10\ k_0$ is large enough to be in the inertia range:

$$\epsilon_{vis} \approx 2\left(\int_{10k_0}^{k_s} E_1(k)k^2dk + \int_{k_s}^{\infty} E_2(k)k^2dk\right) \tag{11}$$

assuming a Reynolds number of about 10^{12} this expression yields:

$$\epsilon_{vis} \approx \nu_{kin}^3 C_K^3 4.6\times10^{32} k_0^4 \tag{12}$$

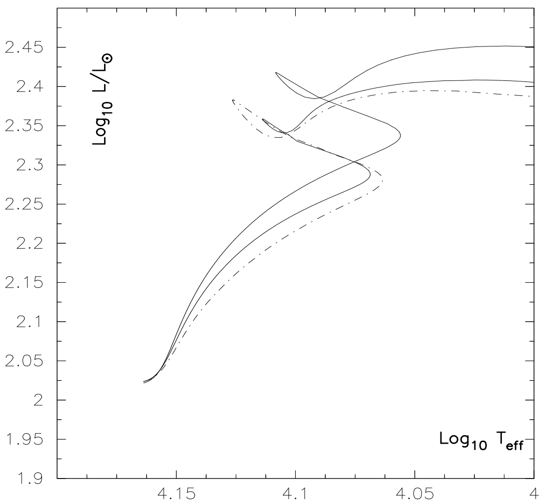


Fig. 7. Evolutionary tracks for a 3 $M_\odot$ main sequence model $Z_0 = 0.004$ with "classical" 0.1Hp overshooting (dot-dashed curves) and 0.2Hp overshooting (dotted curves) and evolution using Roxburgh's criterion with dissipation with $\lambda = 4.94 \times 10^{-2}$ (solid curves).

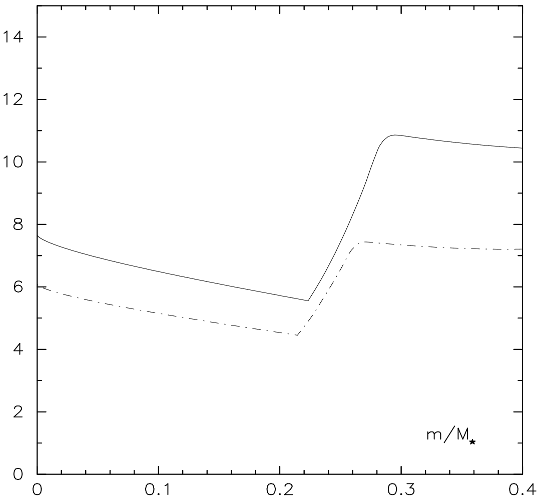


Fig. 8. Spitzer's kinetic viscosity versus $m/M_\star$ in the core of 3 $M_\odot$ main sequence stars with $X_c = 0.5$ in two situations: SMC chemical composition (solid line) and Milky Way composition (dot-dashed curve).

On the other hand, one can obtain a lower-limit by truncating the sums around k_s i.e. :

$$\epsilon_{vis} \approx 2\ \nu_{kin} \left(\int_{10k_0}^{0.1k_s} E_1(k) k^2 dk + \int_{10k_s}^{\infty} E_2(k) k^2 dk \right) \quad (13)$$

leading to:

$$\epsilon_{vis} \approx \nu_{kin}^3 C_K^3 2.7 \times 10^{28} k_0^4 \quad (14)$$

In both case we obtain an expression of the type:

$$\epsilon_{vis} \approx \lambda\ \nu_{kin}^3\ C_K^3\ k_0^4 \quad (15)$$

where we have introduced a parameter λ which must be calibrated. We take $l_0 = 1.6\mathrm{H_P}$ (mixing length value, see Sect. 2.1) for the calculation of $k_0 = 2\pi/l_0$.

4.2.2. Calibration of λ at galactic metallicity and application to the SMC case

In the galactic case ($Z_0 = 0.02$) tracks with "classical" overshooting with $\alpha_{ov} = 0.2\mathrm{H_P}$ are favored by observations (see Sect. 1). In Fig. 8, $3M_\odot$ evolutionary tracks based on the Roxburgh criterion with different values of λ ($\lambda = 6.49 \times 10^{-2}$, 4.94×10^{-2} and 3.87×10^{-2}) are compared to the classical $\alpha_{ov} = 0.2\mathrm{H_P}$ track. The main sequence width of the classical $\alpha_{ov} = 0.2\mathrm{H_P}$ is better reproduced with $\lambda = 4.94 \times 10^{-2}$. Assuming that the value of the free parameter λ related to the turbulent properties of the stellar medium does not significantly change for a different chemical composition of the medium, we adopt this value for the SMC calculations.

In Fig. 7 we compare tracks obtained when using Roxburgh criterion with tracks computed when assuming a "classical overshooting" amount if 0.1 $\mathrm{H_P}$ and 0.2 $\mathrm{H_P}$ in the SMC case ($Z_0 = 0.004$). The Roxburgh track with $\lambda = 4.94 \times 10^{-2}$ is closer to the track with 0.1 $\mathrm{H_P}$. This is in agreement with results found in Sect. 3 where OGLE observations indicate a "classical overshooting" amount of 0.1 $\mathrm{H_P}$.

Galactic and SMC observations can therefore be both reproduced with the same calibration of the λ parameter in the expression of the viscous dissipation rate Eq. 4), provided the "classical overshooting" amount decreases with metallicity.

4.2.3. Discussion

When using Roxburgh criterion with dissipation, the extension of the convective core above the Schwarzschild limit depends on the chemical composition through Spitzer's kinetic viscosity which involves the atomic weight A and the atomic number Z . In Fig. 8 we display ν_{kin} versus $m/M_\star$ for 3 $M_\odot$ on the main sequence models in an evolutionary stage where $X_C = 0.5$ (X_C: the central hydrogen mass fraction). The dashed curve is for SMC metallicity ($Z_0 = 0.004$) and the solid curve is for galactic metallicity ($Z_0 = 0.02$). The slope change at $m/M_\star \approx 0.21$ results from the steep gradient of chemical composition at the border of the convective core. The plot shows that the kinetic viscosity increases when metallicity decreases. This is likely the physical origin of the weaker overshooting at low metallicity.

5. Conclusion

In this paper we have taken advantage of the very extensive and homogeneous OGLE 2 data set to show that a mild overshooting must be included in the stellar models at SMC metallicity in order to reproduce the observations of main sequence stars with a masses around 3 $M_\odot$. We find a value for the overshooting amount of $\alpha_{ov} = 0.1\mathrm{H_p}$ in the SMC. This value is significantly lower than the galactic one, as widely adopted in stellar evolutionary calculations e.g. Alibert et al. (1999): 0.15 $\mathrm{H_p}$, Bertelli et al. (1994): ~ 0.25 $\mathrm{H_p}$ or Schaller et al. (1992): 0.02 $\mathrm{H_p}$.

On the theoretical side, we have used the Roxburgh criterion in the same range of mass on the main sequence. We demonstrate that the viscous dissipation has to be account for and we confirm the observational evidence for an overshooting amount of 0.1 $\mathrm{H_p}$. We suggest that the dependence of the kinetic viscosity with chemical composition is at the origin of the influence of metallicity on the overshooting decrease.

Work is in progress to investigate overshooting at intermediate metallicity -i.e. in the LMC ($Z_0 = 0.008$). We indeed expect that the overshooting amount will be intermediate between 0.1 and 0.2 $\mathrm{H_p}$. Very metal-poor clusters could also confirm the trend. Such kind of metallicity dependency can have a sizeable impact on the Cepheid Period-Luminosity relation (Cordier et al. 2000, in prep.) and on the derivations of accurate cluster ages (Lebreton et al. (1995)).

Acknowledgements. We thank Hans-Guenther Ludwig and Vanessa Hill for helpful discussions; we are also grateful to the OGLE group for providing their data and to Pierre Morel for writing the CESAM code. Daniel Cordier thanks École Nationale Supérieure de Chimie de Rennes for pleasant working conditions.

References

Alexander D. R. and Ferguson J. W., 1994, ApJ 437, 879
Alibert Y., Baraffe I., Hauschildt P., Allard F. 1999, A&A, 344, 551A
Bertelli G., Bressan A., Chiosi C., Fagotto F. and Nasi E., 1994, A&AS 106, 275
Bőhm-Vitense E., 1958, Zs. f. Ap., 46, 135.
Caughlan G. R., Fowler W. A., Harris M. J., Zimmerman B. A., 1985, Atomic Data Nuc. Data Tables 32, 197
Caughlan G. R., Fowler W. A., 1988, Atomic Data Nuc. Data Tables 40, 283
Chiappini, C., Matteucci, F. and Gratton, R., 1997, ApJ, 447, 765.
Eggleton P. P., Faulkner J., Flannery B. P. 1973, A&A 23, 325
Grevesse N., Noels A. 1993, in Origin and Evolution of Elements, eds Pratzos N., Vangini-Flam E. and Cassé M. (Cambridge University Press, Cambrigge) (GN'93)
Grillmair et al. 1998, AJ, 115, 144
Holtzman et al. 1997, AJ, 113, 656
Holtzman J.A., Watson, A.M., Baum, W.A., Grillmair, C.J., Groth E.J., Light, R.M., Lynds, R., O'Neil, E.J.Jr 1998, AJ, 115, 1946
Iglesias C.A., Rogers F.J., 1996, ApJ, 464 (OPAL 96)
Iwamoto N. and Saio H. 1999, ApJ, 521, 297
Izotov et al. (1997)
Jager C., Nieuwenhuijzen H., Van der Hucht K. A., 1988, A&AS 72, 259
Kovács G., 2000, A&A, 360, L1-L4.
Kroupa, P., Tout, C.A. & Gilmore, G. 1993, MNRAS, 262, 545
Kudritzki R. P., Hummer D. G., 1986, IAU Symp. 116, Luminous Stars and Associations in Galaxies, Eds. C. de Loore, A. J. Willis, P. Laskarides, p. 3
Landré V., Prantzos N., Aguer P., Bogaert G., Lefebvre A., Thibaud J. P., 1990 A&A, 240, 85
Lebreton, Y., Perrin M.N., Cayrel R., Baglin, A., Fernandes J., 1999 A&A 350, 587
Lebreton, Y., Michel E., Goupil, M.J., Baglin A., Fernandes J., 1995, In Astronomical and Astrophysical Objectives of SubMilliarcsecond Optical Astrometry ed E. Høg, P.K. Seidelman, IAU Symp 166, pp. 135, Kluwer: Dordrecht
Laney C.D. & Stobies R.S., 1994, MNRAS, 266, 441.
Lejeune, T, Cuisinier, F. & Buser, R., 1997, A&AS, 125, 229
Lejeune, T, Cuisinier, F. & Buser, R., 1998, A&AS, 130, 65
Lejeune, T, Westera, P. & Buser, R., 1999, to be published 65
Lejeune T. and Buser, R., 2001, in preparation
Lejeune, T., Buser, R., 1999, in "Spectrophotometric dating of stars and galaxies", eds. I. Hubeny, S. Heap, and R., Cornett, ASP Conf. Series, Vol. 192, 211
Lejeune, T., Cuisinier, F., Buser, R. 1997, A&AS, 125, 246
Lejeune, T., Cuisinier, F., Buser, R. 1998, A&AS, 130, 75
Lesieur, M, 1990, *Turbulence in Fluids*, Series Editors: Moreau R., Kluwer Academic Publishers.
Maeder A. and Mermilliod J.-C. 1981, A&A, 93, 136
Magee N. H., Jr., J. Abdallah, Jr., R.E.H. Clark 1995, "Atomic Structure Calculations and New Los Alamos Astrophysical Opacities", Astronomical Society of the Pacific Conference Series (Astrophysical Applications of Powerful New Database, S. J. Adelman and W. L. Wiese eds) 78, 51

Massaguer J. M., 1990, in: Rotation and Mixing in Stellar Interiors. Goupil M.-J., Zahn, J.-P. (eds), Springer, Berlin, Heidelberg, New York, p. 129
Morel P., 1997 A&AS 124, 597
Pagel B.E.J. and Tautvaišienė G. 1998 Mon. Not. R. Astron. Soc.
Peimbert, M., Peimbert, A. and Ruiz, M.T., 2000, ApJ, accepted, astro-ph/0003154
Roxburgh I. W. 1989, A&A, 211, 361
Salpeter E.E. 1955, ApJ, 121, 161S
Spitzer L., 1962, Physics of Fully Ionized Gases 2d ed. (New York: Interscience.
Schaller G., Schaerer D., Meynet G., Maeder A., 1992 A&AS 96, 269
Stothers R. B. 1991, ApJ, 383, 820
Udalski A., Szymański M., Kubiak M., Pietrzyński G., Woźniak P., Zebruń K., 1998, AcA 48, 147
Weiss, A. & Salaris, M., 1999, A&A, 346, 897W
Zahn J. P. 1991, A&A, 252, 179

This article was processed by the author using Springer-Verlag LaTeX A&A style file *L-AA* version 3.

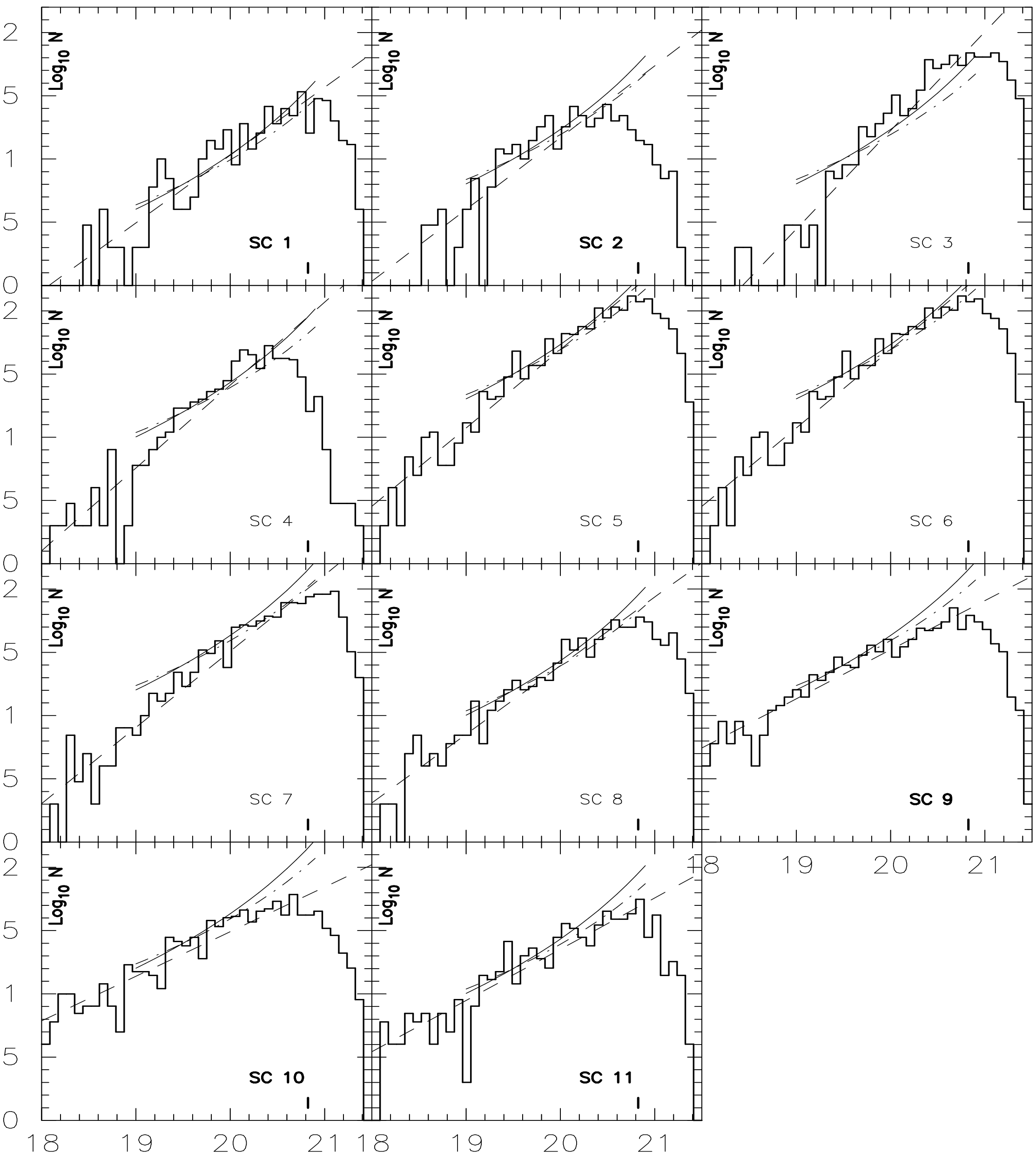


Fig. 2. Histograms : $\log_{10} N$ (with N: number of objects within an I bin) versus I-magnitude for each of the 11 OGLE 2 fields towards SMC. Luminosity functions ($\mathrm{LF}_{\mathrm{synth}}$) are represented by dot-dashed lines for $\alpha_{Salpeter} = 2.35$ and by solid lines for $\alpha = 2.85$. The dashed lines are fits to the histograms. Field labels are indicated, complete fields are in bold characters.

Troisième partie

Synthèse de la population de céphéides du SMC

1

Les céphéides du SMC : boucles bleues et relation masse-luminosité : article 2 (en préparation)

Jusqu'à maintenant les modèles d'évolution stellaire employant de la physique « standard » ne parvenaient pas à reproduire la bande d'instabilité des céphéides du Petit Nuage de Magellan. Le désaccord était le plus important pour les objets les moins lumineux. Dans ce travail je confirme ce désaccord. L'influence de différents paramètres sur l'extension des boucles bleues, qui se produisent lors de la phase de combustion de l'hélium, a donc été étudiée. Des hypothèses physiques non-standards sont envisagées, en particulier celles concernant la convection pénétrative et les abondances des éléments lourds. Nous sommes en mesure de proposer une solution, impliquant les éléments lourds, compatible avec les observations OGLE et les données chimiques disponibles pour le SMC. Indépendamment de la théorie des oscillations, une relation masse-luminosité est déduite de nos modèles en se servant de la bande d'instabilité observée dans les données OGLE du Petit Nuage de Magellan.

A&A manuscript no.
(will be inserted by hand later)

Your thesaurus codes are:
06 (02.03.3; 08.05.3; 08.09.3)

ASTRONOMY
AND
ASTROPHYSICS
1.11.2000

Cepheids in the SMC: Blue Loops and Mass-Luminosity relation

D. Cordier[1,2,3], **MJ Goupil**[1] **and Y. Lebreton**[1] **and T. Lejeune**[4], **J.P. Beaulieu**[5].

[1] DASGAL, CNRS UMR 8632, Observatoire de Paris-Meudon, F-92195 Meudon Principal Cedex, France.
[2] École Nationale Supérieure de Chimie de Rennes, Campus de Beaulieu, F-35700 Rennes, France.
[3] Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu, F-35700 Rennes, France
[4] Observatorio Astronomico, Universidade de Coimbra, Santa Clara 3040 Coimbra, Portugal.
[5] I.A.P., 98bis boulevard Arago, F-75014 Paris, France.

Received ; accepted

Abstract. Up to now standard physics evolutionnary models failed to well reproduce observed cepheids Instability Strip of the Small Magellanic Cloud, discrepancy was most severe at high magnitude where a majority of objects is located. In this work we confirm this failure with standard inputs physics models. Therefore influence of parameters on the extension of blue loops which occur during helium burning phase is investigated. Non-standard inputs physics are explored; specially convective penetration and heavy elements mixture are concidered. We are able to propose a solution involving heavy elements abundancies, consistent with OGLE 2 observations and available chemical data. Independantly from pulsation theory, a mass-luminosity relation is derived from our models using the observed OGLE 2 Instability Strip in the Small Magellanic Cloud.

Key words: convection – stars: evolution, interiors

1. Introduction

Cepheids are variable stars located in the Color-Magnitude diagram (CM-diagram hereafter) within the Instability Strip (IS hereafter) where pulsations phenomena take place via $\kappa-$mechanism. Cepheids masses range approximately between $\sim 3\mathcal{M}_\odot$ and $\sim 9\mathcal{M}_\odot$. There is the very long-standing problem about cepheids: the "mass discrepancy", masses values deduce from evolutionary calculation and pulsation calculation disagree. The problem has been solved for galactic cepheids by Moskalik et al. (1992) for masses between 5 $\mathcal{M}_\odot$ and 8 $\mathcal{M}_\odot$, but it remains unsolved for lower masses and/or metallicities. Besides this, evolutionary tracks built with standard inputs physics fail to reproduce observed blue loops trough CM-diagram : blue tip of the 3 $\mathcal{M}_\odot$ blue loop is cooler by about $\sim$ 1200 K (see Cordier et al. 2000a) to give account of observations. In recent works (for instance Bono et al. (2000)) this shortcoming stands unchanged. We recall to the reader why it is a failure. An evolutionary tracks for a mass about 5 $\mathcal{M}_\odot$ do cross observed IS three times, the first time (generally called "first crossing") is the faster one -e.g. 0.01 Myrs[1] for an 5 $\mathcal{M}_\odot$ model-, the second time ("second crossing") is the slower -e.g. 0.20 Myrs- and the third time ("third crossing") remains short with e.g. about 0.01 Myrs. These times scale considerations tell us that the majority of observed objects should be "second crossings". Third and second crossing belong both to the called "blue loop", excursion towards the blue side of Hertzsprung Russell (HR) diagram. During this phase, the star burns He into inner regions. Consequently theoretical "blue loops" must cross observed IS for the entire cepheids mass range.

During last years, microlensing experiments as MACHO[2], EROS[3], MOA[4] or OGLE [5] have produce an huge flow of new data. These observation programs have detected as by-products a large number of variable stars, among which cepheids. OGLE provides a large (2231 objects) and high quality sample of cepheids belonging to the Small Magellanic Cloud (hereafter SMC). As shown below, this extended and homogeneous data set provides a new and strong constraints on evolutionary models.

The purpose of this work is first to model blue loops stages in the SMC, with a satisfying modelling of cepheids evolution at low metallicity. A second purpose is to provide a mass-luminosity relation consistent with pulsation

Send offprint requests to: daniel.cordier@ensc-rennes.fr

[1] Myrs = mega-years
[2] `http://wwwmacho.mcmaster.ca`
[3] `http://www.lal.in2p3.fr/recherche/eros`
[4] `http://www.phys.vuw.ac.nz`
[5] `http://www.astrouw.edu.pl/ ogle/`

theory results and which can be used to estimate reliable distances of low metallicity galaxies.

In Sect. 2 we recall physical inputs used in our standard models and that are similar to what is found in recent literature. We next compare results with OGLE 2 CM-diagram. Previous studies demonstrate a high sensitivity of their morphology to various factors. As mentionned above, failure to reproduce the observations brings us to investigate in Sect. 3 outside the frame of standard physical assumptions, the influences of parameters are discussed. We pay a special attention to chemical composition and to the description of convection. In Sect. 4.3 we propose a grid of evolutionary models consistent with OGLE 2 CM-diagram and a mass-luminosity relation (Sect. 5) is built thanks to the observed IS. Finally, Sect. 6 is devoted to discussion and Sect. 7 conclusion.

2. Blue Loops with Standard Physics ans OGLE 2 observations

2.1. Theoretical framework

All our evolutionary models were built with the 1D Henyey type code CESAM[6] originally written by Morel (see Morel (1997) for details) in which we brought several improvements.

Opacities are from Iglesias & Rogers (1996) (OPAL96) for high temperatures ($T \geq 10,000$ K) and Alexander & Ferguson (1994) for cooler domains. For metallicity higher than the solar one (occuring in core during He burning phase) we have used elemental opacities (Los Alamos) from Magee et al. (1995). We insist on these facts: (1) OPAL 96 opacities were particularly non-adapted for He-burning core, indeed they are built using heavy element solar mixture (GN93) which differ largerly form central composition during this episode (e.g. 50 % of ^{12}C and 50 % of ^{16}O); (2) we have built table allowing a variable composition in ^{12}C and ^{16}O in the aim to model the core as realistic as possible.

The equation of state is from Eggleton et al. (1973) and external boundary condition is defined in a simplyfied model atmosphere involving the Eddington $T(\tau)$ law.

The nuclear network includes main reactions up to helium burning. Nuclear reactions rate are from Caughlan et al. (1988) exepted $^{12}\mathrm{C}(\alpha,\gamma)^{16}\mathrm{O}$, $^{17}\mathrm{O}(\mathrm{p},\gamma)^{18}\mathrm{F}$ from Caughlan et al. (1985) and $^{17}\mathrm{O}(\mathrm{p},\alpha)^{14}\mathrm{N}$ from Landré et al. (1990). Adopted chemical composition for SMC is $X_0 = 0.745$, $Y_0 = 0.251$ and $Z_0 = 0.004$; corresponding to a metal to helium enrichment of $\Delta Y_0/\Delta Z_0 = 2$ (see for instance Peimbert et al. 2000) and a primordial helium $Y_P = 0.243$ from Izotov et al. (1997). We have adopted [Fe/H] $= -0.68$ from Luck et al. (1998) measurements. Elemental abundancies are a Grevesse et al. (1993) (GN93) mixture consitent with OPAL96 calculations.

The convective flux is computed in the frame of the Mixing Lenght Theory (Bőhm-Vitense 1958). The mixing lenght value is derived from solar calibration is taken equal to 1.6 $\mathrm{H_p}$. We employed the Schwarzschild's criterion to decide if the energy transport is radiative or convective, and an extra mixing zone is added above convective cores (the "overshooting"). The extension of this zone has been taken equal to $l_{ov} = 0.2\ \mathrm{H_p}$ (hereafter we will note $\alpha_{over} = l_{ov}/\mathrm{H_p}$). For more exhaustive description we redirect the reader to Cordier et al. (2000b).

For the transformation of theoretical quantities, (M_{bol}, T_{eff}) into absolute magnitudes and colours, we used the Basel Stellar Library (*BaSeL*, version 2.2) of 1999 which provides colour-calibrated theoretical flux distributions for the largest possible range of fundamental stellar parameters, T_{eff} (2000 K to 50,000 K), $\log g$ (-1.0 to 5.5), and [Fe/H] (-5.0 to +1.0).

2.2. Comparison between models and observations

Cepheids data are from Udalski et al. (1999), we have chosen to work with $(\mathrm{V}-\mathrm{I})$, color for which more data are avalaible. Cepheids fundamental and first overtone oscillators are plotted in Fig. 1(b) where $(\mathrm{V}-\mathrm{I})$ reddening is taken from Udalski (1998a) : $\mathrm{E(V-I)} = 0.08$ and distance modulus is the Laney & Stobies (1994) determination: 18.94. In both figures -i.e. 1(a) and 1(b)- evolutionary tracks involving standard physics inputs have been displayed, Fig 1(a) is the classical HR-diagram showing $\log L/L_{\odot}$ versus $\log T_{\mathrm{eff}}$. A segment shows temperature which should be reached by tracks for a stellar mass around 3 $\mathcal{M}_{\odot}$, we will keep this mark in futher discussions. Moreover, in Fig. 1(b) we have displayed an estimation for errors: on color we get roughtly 30% of $\mathrm{E(V-I)}$ and 0.1 dex on I-magnitude.

The general characteristics of our theoreticel diagram are similar to those shown by several research group like Geneva one, cf. Charbonnel et al. (1993). This is no really surprising because these authors have used equivalent physics inputs. For instance if we look for the effective temperature of the tip of the blue loop, we found at 3 $\mathcal{M}_{\odot}$ $\log T_{\mathrm{eff}} = 3.728$ and Charbonnel et al. (1993) $\log T_{\mathrm{eff}} = 3.734$, i.e. a difference about 74 K which is unsignificant. In all cases $\log T_{\mathrm{eff}}$ value is rather far from the required one of about 3.82, i.e. hotter temperature of ~ 1200 K.

The main features put on evidence by Fig 1 are: (1) the main sequence position seems to be well reproduced by models, (2) position of the blue tip of 3 $\mathcal{M}_{\odot}$ blue loop is dramatically too red. For I-magnitude corresponding roughly to a stellar mass about 3 $\mathcal{M}_{\odot}$, we can clearly see a bulge of cepheids: 93% of fundamental pulsators and 81% of first overtone pulsators are located between $\mathrm{I}_{min} \sim 16.5$ and $\mathrm{I}_{max} \sim 17.7$ such amount of objects -statistically

[6] CESAM : Code d'Evolution Stellaire Adaptatif et Modulaire

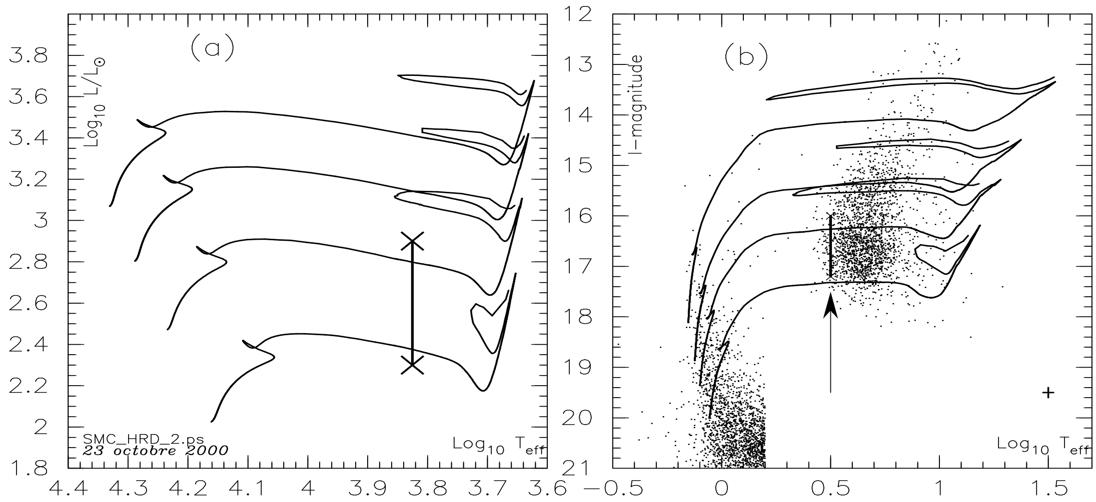


Fig. 1. (a) Theoretical HR diagram showing our standard tracks, the masses are: 3.0, 4.0, 5.0 and 6.0 solar masses, the chemical composition adopted is: $X_0 = 0.745$ $Y_0 = 0.251$ $Z_0 = 0.004$ the heavy elements mixture included within Z_0 is of GN'93 type and the overshooting amount is 0.2 Hp along each entire track. (b) CM-diagram showing our tracks calculated with standard physics inputs and OGLE 2 data for fields and the sample of cepheids (fundamental and first overtone pulsators). For (V-I)< 0.2 10 % of the stars belonging to the SC 1 main sequence have been displayed. Effective temperature which should be reached by models around 3 $\mathcal{M}_{\odot}$ is indicated by a segment between two crosses. The employed reddening is $\mathrm{E(V-I)} = 0.08$ from Udalski et al. (1999); the cross on the right side indicate an estimation for errors: 30% on $\mathrm{E(V-I)} = 0.08$ for color and 0.1 magnitude on I.

significant- can't be explain only by $\sim 4.0\, \mathcal{M}_{\odot}$ "first crossing" models. Indeed for a $4.0\, \mathcal{M}_{\odot}$ standard model, the time spend during "first crossing" is $\tau_{first} = 4.6 \times 10^{-2}$ Myrs while $\tau_{\text{second crossing}} + \tau_{\text{third crossing}} = 3.433$ Myrs. Hence blue loops **must** cross the entire observational IS for lowest masses. Value of distance modulus μ does not affect this conclusion. Indeed if we take extreme evaluation : $\mu_1 = 18.66 \pm 0.16$ from Udalski (1998a) and $\mu_2 = 19.05 \pm 0.13$ from Kovács (2000) in both cases, evutionary track for $\sim 3\, \mathcal{M}_{\odot}$ does not pass trough observational IS.

In the following section we will review factors affecting the blue loop extension, in the aim to identify and solve the problem.

3. Influence of free physical parameters on the blue loops extension

Before we present any models, we recall briefly a method allowing some predictions about blue loops extension. We follow the work of Lauterborn et al. (1971a,b) who have defined an "effective core potential":

$$\Phi_{\mathrm{eff}} = \frac{M_c}{R_c} \times \mathrm{e}^{\alpha \times \Delta m \times \Delta X} \qquad (1)$$

where M_c and R_c are respectively the mass and the radius of the He core and α a constant. Δm is the width of zone between He core and the beginning of outer chemically homogeneous region. ΔX represents the total hydrogen mass fraction variation on Δm. Numerical experiments done by Lauterborn et al. (1971a,b) have shown that a model undergoes a blue loop if this potential is lower than critical value $\Phi_{\mathrm{eff}}^{(crit)}$. We have to keep in mind the simple fact: lower Φ_{eff} is, more bluer the blue loop tip is.

In the next section, we focuse on a $3M_{\odot}$ track because around such mass is observed the most severe discrepancy in CM-diagram. We first explore influence of parameters connected to convection, we will investigate mixing length parameter, overshooting above convective core and convective penetration below outer convective zone.

3.1. Overshooting

If we reduce the overshooting amount from $\alpha_{\mathrm{over}} = 0.2$ ("standard value") to $\alpha_{\mathrm{over}} = 0.0$, He core mass M_c decreases consequently to H-core burning on main sequence, then bluer loops are expected. Such numerical experiment has been done and Fig. 2(b) shows result. It appears clearly that even without overshooting ($\alpha_0 = 0.0$), a 3 solar masses still remains too short to account for observational data.

3.2. Mixing Length Parameter

In the present section we examine the question of the Mixing Length parameter $\alpha_{\rm MLT}$ taken equal to 1.6 in our standard models. This value is derived from solar calibration and may not be universal: it may depend on metallicity, mass, etc ... A priori, $\alpha_{\rm MLT}$ acts only on convective flux and does not shift the position of Schwarzschild limit, hence ΔX in Eq. 1 should remain unchanged, blueward loops are not expected. Tests have been performed using extreme values $\alpha_{\rm MLT} = 1.0$ and $\alpha_{\rm MLT} = 2.0$, obtained tracks are plotted in Fig. 2(a). Both tracks have been calculted with $\alpha_{\rm over} = 0.0$ which is the most favourable situation as explain in Sect. 3.1. As one can notice $\alpha_{\rm MLT}$ has a negligible influence on blue tip position. The effective temperature of the bluest point of the loop remains approximativly equal to $\sim$ 3.76 (in Log) which is not enough to reach warmer edge of the observational IS, it still lacks $\sim$ 850 K. We should point out that a value such $\alpha_{\rm MLT} = 1.0$ is very unprobable because it leads to a giant branch around $({\rm V}-{\rm I}) \sim 1.5$ where there is no stars within CM-diagram. Moreover following one of the internal hypothesis of the MLT, the mixing length should smaller than the pressure height scale $H_{\rm P}$, therefore $\alpha_{\rm MLT} = 2.0$ is also a very extreme value.

3.3. Convective penetration

Similarly, although not identically as overshoot, turbulent eddies must penetrate to some extent downward into stable radiative regions. However, how far do they penetrate is not well known.

Here we have carried out a calculation setting the extension of convective penetration at $\alpha_{\rm cp} = 0.7$ $\rm H_p$ following the Alongi et al. (1991) prescription. They found that this value is needed to reproduce proprieties of red giants branch luminosity function. This amount (0.7 $\rm H_p$) can be understand as an order of magnitude: these simulation have been performed before 1992 when OPAL group published his new opacity tables. We notice that 0.7 $\rm H_p$ is quite large compared **core** overshooting amount (0.2 $\rm H_p$) deduced with calculation including new opacities.

During the giant branch (hereafter GB) episode, convective penetration will produce a deeper penetration of external convective zone. In this way, ΔX in Eq. 1 decrease yielding to lower $\Phi_{\rm eff}$ and bluer loop tip. Evolutionary tracks are displayed in Fig. 2(c) for a 3 $\mathcal{M}_\odot$ without overshooting (i.e. both with 0.0 $\rm H_p$) and shows -as expected- that convective prenetration extends a bit the loop but not enough to cross entire IS. The extension difference reachs only dew $\sim$ 130 K, remaining $\sim$ 720 K too cold.

3.4. Influence of CNO-cycle energy generation rate

Althougth CNO nuclear reactions tri-cycle is rather well known, we have performed evolutions calculations with energy generation rate $\epsilon_{\rm cno}$ artificially reduced by a factor two from a post-main sequence stage (indicated by an arrow in Fig. 2,d).

One can predicte what it should be expected with such numerical experiment. Lower $\epsilon_{\rm cno}$ leads to lower M_c in Eq. 1, thus to lower $\Phi_{\rm eff}$ and consequently bluer loop. Fig. 2(d) give confirmation to this argument. One more time loop is not enough extended, even an unreallistic uncertainty of a factor two on global energy generation rate $\epsilon_{\rm cno}$ can not explained disagreement between observations and theory.

We have also performed tests enhancing by a factor two 3α reaction rate (see Cordier et al. (2000c)), the influence on blue loop extension is negligible.

4. Effects of Chemical composition

4.1. Effects of helium

Initial helium content Y_0 should have only minor influence on blue loop extension, indeed:

- central helium content Y_c during blue loop episode is non-dependent to helium content of homogenous model Y_0, hence without any influence on ϵ_{He} the He-burning energy production rate
- during blue loop the H-burning shell moves through the "X-profil" where Y varies between $\sim$ 1 (boundary of He core) and $Y = Y_0$ (chemically homogeneous region mixted during the dredge-up episode when the model is closed to GB).

Therefore the influence of Y_0 on blue loop extension is expected to be very small. One can only predict a global luminosity effect coming mainly from central H-burning on the main sequence, which shift the cepheids mass-luminosity relation.

As a verification models have been done with Fig. 2(e): for $Y_0 = 0.23$ and $Y_0 = 0.28$. Which is a wide range: $Y_0 = 0.23$ is lower than the primordial helium value around 0.243, and $Y_0 = 0.28$ implies $\Delta Y_0/\Delta Z_0 \sim 9$ while "reasonable" values are around 2. Tracks shows that initial helium content has not any influence on blue loop extension, effective temperature of the tip remains equal to 3.76, i.e. $\sim$ 850 K colder than blue edge of IS, even in the favorable schema without overshooting (tracks have been calculated with $\alpha_{over} = 0.0$).

4.2. Effects of metallicity

In the present section, we adopte heavy element mixture from Grevesse et al. (1993) (GN93), already used for "standard models" in Sect. 2. In order to test metallicity sensivity of blue loop extension we have performed an evolution at 3 $\mathcal{M}_\odot$ taking a very low value: i.e. $Z_0 = 0.001$.

Table 1. Mixtures of heavy elements used in our evolutionary models.

Mixture	GN93	"CA1"	"CA2"	"CA3"
C......	7.89	7.30	7.30	7.30
N.......	7.31	6.70	6.70	7.00
O.......	8.20	7.60	8.00	7.80

The reader can compare resulting extensions with help of Fig. 2(f) where the blue loop crosses the entire IS, the tip reaching a position bluer than the blue edge of IS.

One can note the well known high sensivity to metallicity. The physical origin of this phenomenon is in the H-burning shell where material is processed through CNO tricycle. For a fixed heavy elements mixture (here GN93) lower Z_0 is, lower $X_{\rm C}$, $X_{\rm N}$, $X_{\rm O}$ (respectively C,N and O mass fractions) are. These three elements play the same role of catalysts in chemical reactions, therefore C,N,O deficiency leads to lower energy generated. Then, M_c in eq. 1 remains lower for longer time, one obtains more extended blue loop. Choosing an over point of view, one can say that on Giant Branch (hereafter GB) H-burning shell, drive star structure, on other hand during blue loop episode He-burning core pulls model towards blue edge, where He main sequence is located. Lower $\epsilon_{\rm cno}$ is , stronger He central burning effect is. However metallicities as faint as $Z_0 = 0.001$ are imcompatible with observational constraints. Luck et al. (1998) have found: [Fe/H] $= -0.68 \pm 0.13$ analyzing a sample of few lumineous cepheids. This value yields to: $0.0033 \leq Z_0 \leq 0.006$ for $X = 0.745$ ("standard" value) and to: $0.0035 \leq Z_0 \leq 0.064$ with lower helium enrichment, i.e. $X = 0.800$. Thus we make evolutionary model involving most favourable inputs: lowest metallicity consistent with observational constraints $Z_0 = 0.003$ and overshooting amount $\alpha_{\rm over} = 0.1$ as suggested by Cordier et al. (2000b) with the help of observational and theoretical arguments. Resulting tracks is solid line in Fig. 2(f), the blueward excursion remains too cold. We can summarized results of this section emphasizing that blue loop reach blue edge of observational IS if C,N,O initial abundancies are equivalent to those of a metallicity $Z_0 \sim 0.001$ with a GN93 mixture of heavy elements.

4.3. Mixture of heavy elements

In the Sect. 4.2 we have show the influence of C,N,O elements throught the metallicity Z_0: low metallicity tracks can crosses entire blue loop. Here we will adress the chemical composition question introducing a CNO depletion, i.e. decreasing C/Fe, N/Fe and O/Fe ratios keeping the ratio Fe/H unchanged. The choice of this magnitude of depletion is guided by results (extended loop) obtained in Sect. 4.2 for $Z_0 = 0.001$ track, the mass fractions of CNO in the present case and whose from Sect. 4.2 ($Z_0 = 0.001$) are equal.

Table 2. CNO abundancies from various sources. D84 Dufour (1984); RD90 Russel & Dopita (1990); G95 Garnett et al. (1995); K98 Kurt et al. (1999) and R93 Rolleston et al. (1993) value adopted by Venn (1999).

Element	D84	RD90	G95	K99	R93
Objects	HII	HII	HII	HII	B-star
C......	7.2	...	7.4	7.5	7.4
N.......	6.5	6.6	6.3	6.6	6.7
O.......	8.0	8.1	8.1	8.1	8.1

To determine the individual mass fractions, we apply the following rules: (1) the ratio (in number) $\rm N_{Fe}/N_H$ has a fix value, i.e. corresponding to [Fe/H] $= -0.68$ and we keep $X_0 = 0.745$ already used in previous sections; (2) excepted CNO, all the element abundances remain unchanged (fixed [M/Fe]s); (3) for CNO we choose values for the abundancies in number $\rm A_X$ (with the canonical definition $\rm A_X = 12 + \log N_X/N_H$). (4) finally Y_0 is adjusted to get $X_0 + Y_0 + Z_0 = 1$. In this way we obtain an "effective" composition expressed in mass fractions: ($Y_0^{\rm eff}$,$Z_0^{\rm eff}$). A first test is performed with: $\rm A_c = 7.3$, $\rm A_N = 6.7$ and $\rm A_O = 7.6$ instead of abundancies derived from GN93 mixture; we label these new abundancies "CA1", i.e. "chemical abundancies 1", see also Table 1. The "effective" global initial mass fractions are: $X_0 = 0.745$, $Y_0^{CA1} = 0.253$ and $Z_0^{\rm CA1} = 0.002$, we underline that in our calculation, this metallicity value is consitent with [Fe/H] $= -0.68$. Resulting evolutionary tracks have been plotted in Fig. 3 for masses values ranging from 2.5 $\mathcal{M}_\odot$ to 5.5 $\mathcal{M}_\odot$ and an overshooting amount $\alpha_{over} = 0.1$ $\rm H_p$. The observationnal IS is clearly well described, particularly for lower masses. Particularly, change of slope of blue edge for magnitude ~ 16.8 explains the shortening of blue loops extension.

5. Mass-Luminosity relation

The set of models calculated with new mixture and show by Fig. 3 enables us to derive mass-luminosity relation (ML hereafter). Unfortunately the red edge of IS is worst defined than blue one, therefore we have fixed arbitrarily a "mean red edge position" at "reasonable" locus (straight line in Fig. 3). We have performed two evaluations: (1) for each mass a time average value of $\log L/L_\odot$ over track portions within IS is calculated, (2) $\log L/L_\odot$ at the "tip" of each blue loop is read. This gives us two relations between $< \log L/L_\odot >_t$ (time average value) or $(\log L/L_\odot)_{\rm TIP}$ and $\log M/M_\odot$:

$$< \log L/L_\odot >_t = 2.993 \times \log M/M_\odot + 1.120 \qquad (2)$$

for time average luminosity, and:

$$(\log L/L_\odot)_{\rm TIP} = 3.414 \times \log M/M_\odot + 1.058 \qquad (3)$$

for "tip luminosity". These relations has been plotted in Fig. 4 Recent mass-luminosity relations from

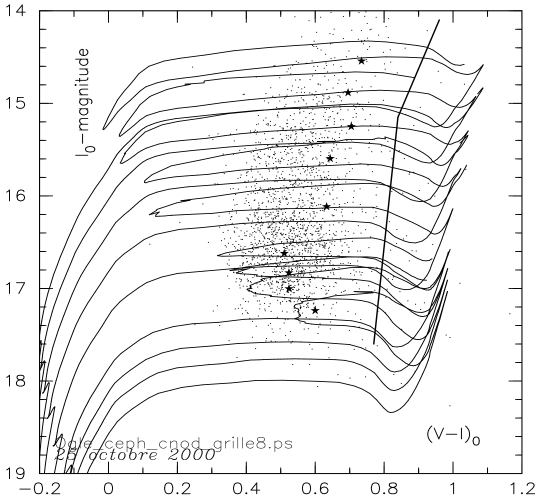


Fig. 3. Grid of evolutionnary tracks with $\alpha_{over} = 0.1$ H$_\mathrm{p}$, masses: 2.5, 2.65, 2.8, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 and 5.5 $\mathcal{M}_\odot$. "CA1" mixture of heavy elements. OGLE 2 data (dots) are fundamental and first overtone pulsators, the distance modulus is 18.94 from Laney & Stobies (1994), reddening and absorption are those given by OGLE for each cepheid. Locus where ($\log T_\mathrm{eff}$, $\log L/L_\odot$) is read in the aim to establish "time average mass-luminosity relation are indicated by filled stars. Adopted red edge is plotted with help of broken line.

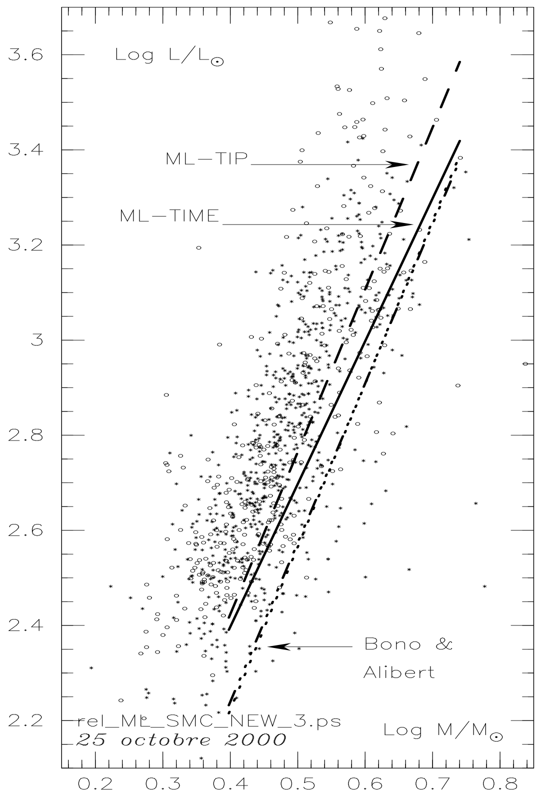


Fig. 4. Mass-luminosity relations: time average (2, labeled "ML-TIME"); tip luminosity (3,labeled "ML-TIP'); Alibert et al. (1999) and Bono et al. (2000) (labeled "Bono & Alibert", merged). Cloud of points is fundamental and overtone pulsators mass-luminosity computed by Beaulieu et al. (2000) form OGLE 2 data.

Alibert et al. (1999) and Bono et al. (2000) have been displayed for comparison, these two authors obtained identical results. The cloud of points is from Beaulieu et al. (2000), who have derived mass and luminosity for each OGLE cepheids (both fundamental pulsators and overtone) using Laney & Stobies (1994) distance modulus and computing the couple ($\log L/L_\odot$, $\log M/M_\odot$) to give account of luminosity and effective temperature. Our ML relations have the best agreement with relation derived from observations via periods calculations. Particularly at low mass (luminosity) our ML relations are the only ones that match in some way the cloud. At high mass (luminosity) there is a disagreement which will be discuss in next section.

6. Discussion

6.1. Blue loop extension and CNO abundancies

We first discuss the consistentcy between chemical composition used ("CA1" mixture, see Table 1) in our model and observations. Initial elemental abundancies for a stellar evolutionnary models must be taken from objects which chemical composition is very similar to the interstellar medium one, i.e. objects like HII regions or B stars. In Table 2 CNO abundancies from several sources are compiled. Concerning C and N, our adopted value (see Table 1) are compatible with observational data. But O appears to be sligthly below empirical determinations.

Beside initial abundancies, cepheids stage surface compositions have to match observational values for similar evolved stars. These abundancies are different from initial ones because of deep convective dredge-up, occuring on giant branch and bringing nuclear processed material to the surface. The Fig. 6 represent abundancies of CNO ([C/Fe], [N/Fe] and [O/Fe]) at surface of our cepheid models and

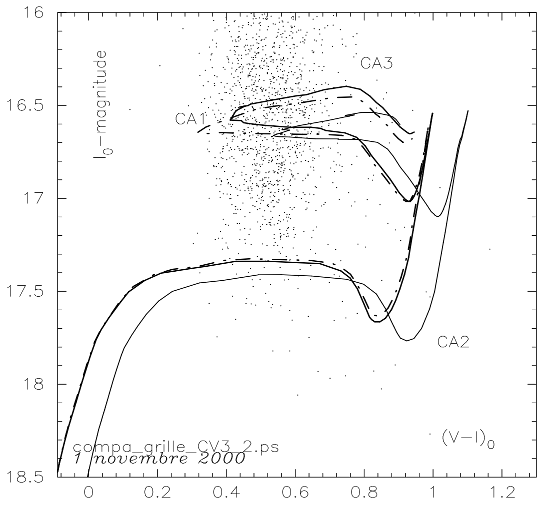


Fig. 5. Evolutionary tracks for 3 $\mathcal{M}_\odot$ and various heavy elements mixtures (see Table 1: "CA1", "CA2" nd "CA3".

form empirical measurement collected in several sources. Evolution calculation using "CA1" initial chemical mixture is represented with the help of a filled stars. Theoretical results are globally in agreement with observation, despite a sligth underabundance.

Summarizing our numerical experiments: (1) "Initial Abundancies" (hereafter "IA") and "Surface Evolved Stage Abundancy" (hereafter SESA) for C are rougthly in agreement with observations, (2) "IA" for N agrees with HII and B-stars determinations but SESA appears to be a low value, (3) IA for oxygen is really low and SESA for O reach the lower boundary of [O/Fe] range.

We have performed a simulation with the following set: $A_c = 7.3$, $A_N = 6.7$ and $A_O = 8.0$ ("CA2", see also Table 1), with the scope of testing oxygen abundance influence. The evolutionary track is plotted in Fig. 5, the blue loop tip is clearly too cold. Therefore we propose a complementary numerical experiment with a chemical set labeled "CA3": $A_c = 7.3$, $A_N = 7.0$ and $A_O = 7.8$ (see Table 1). About oxygen abundancies, matter of debate here, Rolleston et al. (1993) indicate error bar on A_O measurements: 8.2 ± 0.2, 8.1 ± 0.3 and 8.0 ± 0.2, a value $A_O = 7.8$ is compatible with these ranges. Evolutionary track is plotted in Fig. 5 and match correctly to observayional IS width. Few cepheids located between "CA1-track-tip" and "CA3-track-tip" could be explained by: (1) first crossing (they are not numereous) and/or (2) error on $(V - I)$ color determination (about ~ 0.03 dex). Moreover the reader can remark with the help of Fig. 6 that tracks are in better agreement with observations.

In all cases, our assumptions appear to be not inconsistence with available chemical data. We stress that these data have been done with a very small sample: less than 30 stars, in the same time OGLE 2 cepheids offer a constraint on our evolutionnary models involving more than 2000 objects, thus much more statistically significant. Therefore large spectroscopic campain should be needed to decide if our suggestion is wrong or not.

6.2. Mass-Luminosity relation

Mass versus luminosity relations call some comments. Althought our ML relation is the only one crossing the cloud of points from Beaulieu et al. (2000) the agreement is not perfect yet. For low masses our ML relations seem to be slightly under lumineous compared to cloud of points. This mismatching could come from insconsistencies between treatments: pulsations and evolutions are calculated with differents chemical composition, and mixture of heavy elements "GN93" used to built opacity table (OPAL96 in both cases) is inconsistent with our assumption (i.e. "CA1" and "CA3" mixtures). Work is in progress to compute evolution and pulsation with full consistency.

At high luminosity, our ML relation are clearly under lumineous, it seems to be connected to a scale time problem. Indeed, if one has a look to Fig. 3 where "symbol star" indicate the "time average position" of the cepheid on blue loop, for a mass greater or equal to 3.5 $\mathcal{M}_\odot$ these "symbol star" are systematically shifted redward. They are not located "in the middle" of the IS, as they should be expected. This trend is robust towards a blueward shift of our arbitrary red-edge position (see Fig. 3). A possible explanation of this phenomenon could be an increasing overshooting amount for high stellar mass. In Figure 7 we have displayed ML relation for "CA3" mixture deduced from 3 mass values: 2.7, 3.0 and 6.0 $\mathcal{M}_\odot$. The tracks at 2.7, 3.0 $\mathcal{M}_\odot$ have been calculated both with an overshooting of 0.1 H_P, and 6 $\mathcal{M}_\odot$ has been computed with 0.1 H_P and 0.2 H_P allowing us to derive two ML. ML relation with "CA3" mixture is very similar to the "CA1" one for the same overshooting and increasement of α_{ov} at high mass improve the agreement with Beaulieu et al. (2000).

7. Conclusion

In this work we have review numereous factors acting on blue loops extension. Our results shows that: (1) the solution of blue loop extension problem is connected with chemical abundancies details, i.e. C and O abundancies; (2) our ML relations, among recent synthetic ML-relation, are the most compatible with independant ML relations deduced thank to pulsation theory.

For the first point, underabundancies of C and O in SMC regarding to our Galaxiy should be explained by de-

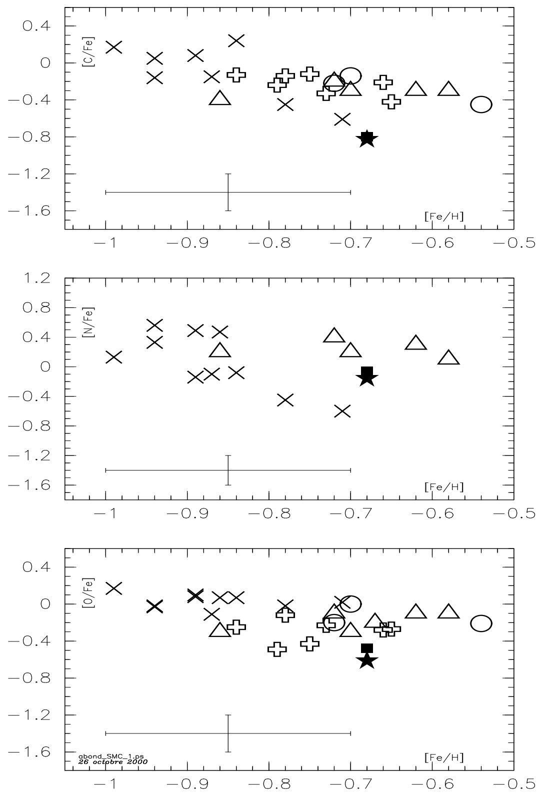


Fig. 6. Observationnal chemical composition for objects belonging to SMC: cool (K) supergiants from Hill et al. (1997) (open triangles), F supergiants from **?** (open circles), cepheids from Luck et al. (1998) (open crosses) and crosses positions are deduced from Venn (1999) data. Filled stars show the surface composition for a 2.5 $\mathcal{M}_{\odot}$ models including initial composition "CA1", filled squares are connected to a 3.0 models employing the set of abundancies "CA3". All the theoretical abundancies have been calculated after the dredge-up episode. The expected mean error bars have been displayed.

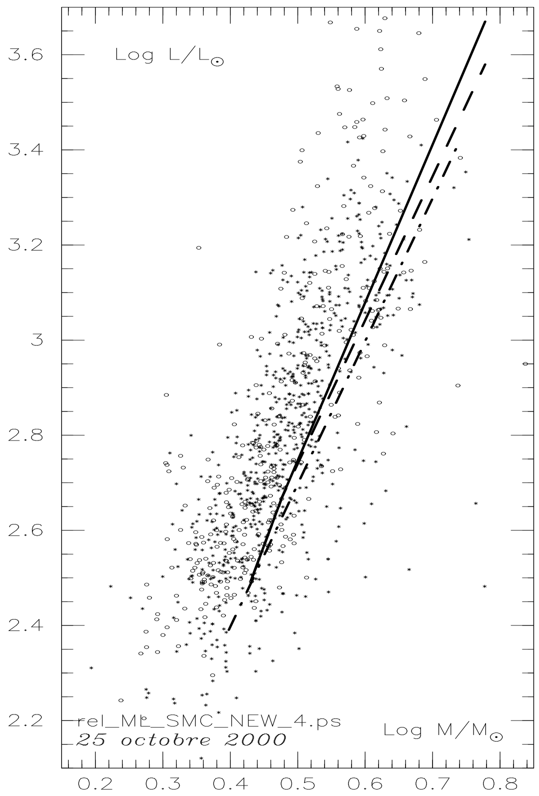


Fig. 7. Mass-luminosity relations: "CA1" mixture (dot-dashed), "CA3" mixture with an overshooting of 0.1 H_P and "CA3" mixture with an overshooting of 0.1 H_P at low masses (i.e. 2.7 and 3 $\mathcal{M}_{\odot}$) and higher one for 6 $\mathcal{M}_{\odot}$: 0.2 H_P. Cloud of points is fundamental (open circles) and overtone (stars) pulsators mass-luminosity computed by Beaulieu et al. (2000) form OGLE 2 data.

tails of chemical history. We recall that OGLE 2 database contains more than 2 millions stars and only 0.1 % of them are cepheids. It could exist a spread in chemical composition, we recall that Fry & Carney (1997) found in the Galaxy a spread in [Fe/H] of 0.4. Moreover, one cvan a "selection effect" at least for masses around 3 $\mathcal{M}_{\odot}$: only metal deficient stars are detected as cepheids because only their evolutionary tracks are able to cross SMC Instability Strip.

For the second point, for a definitive conclusion consistent evolution and pulsation calculation are needed. Particularly, chemical compositions, i.e. evolutionary model envelope one and pulsation model one, have to be identical and opacity tables have to be recalculated to match to heavy elements differents from GN93.

Concerning evolved stage surface abundancies, numerical experiments involving more realistic mixing, such rotation or turbulent diffusion drived mixing, should be undergone.

In conclusion we point out the relatively poor statistic of abundancies measurements for SMC cepheids. Spectroscopic observations should be done on low magnitude objects and high magnitude ones both. Such chemical deteminations are essential for understanding of Small Magellanic Cloud cepheids population.

Acknowledgements. We are grateful to OGLE team for providing their extremely useful and high quality dataand we thank Vanessa Hill for hepfull discussions. Daniel Cordier thanks École Supérieure de Chimie de Rennes for pleasant working conditions.

References

Alexander D. R. and Ferguson J. W., 1994, ApJ 437, 879
ALongi M., Bertelli G., Bressan A. and Chiosi C., 1991, A&A, 244, 95.
Alibert Y., Baraffe I., Hauschildt P., Allard F. 1999, A&A, 344, 551A
Beaulieu J.P., Buchler J.R and Kolláth Z., 2000, astro-ph/0010417
Bőhm-Vitense E., 1958, Zs. f. Ap., 46, 108.
Bono G., Caputo F., Cassini S., Marconi M., Piersanti L., Tornambè A., 2000, preprint: astro-ph/0006251
Caughlan G. R., Fowler W. A., Harris M. J., Zimmerman B. A., 1985, Atomic Data Nuc. Data Tables 32, 197
Caughlan G. R., Fowler W. A., 1988, Atomic Data Nuc. Data Tables 40, 283
Charbonnel C., Meynet G., Maeder A. and Schaerer D., 1993, A&AS, 101, 415.
Chiappini, C., Matteucci, F. and Gratton, R., 1997, ApJ, 447, 765.
Cordier D., Lejeune T., Lebreton Y., Goupil M.-J., 2000, ASP Conf. Ser. 203: IAU Colloq. 176: The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research, p. 381
Cordier D., Lejeune, T., Beaulieu J.-P., Lebreton, L. and Goupil M., 2000, A&A, submitted.
Cordier D., *PhD* Thesis of Université de Rennes 1, France.
Dufour R.J., 1984, in IAU Symp. 108, Structure and Evolution of the Magellanic Clouds, ed. S. van den Bergh & K.S. de Boer (Dordrecht: Reidel), 353
Eggleton P. P., Faulkner J., Flannery B. P. 1973, A&A, 23, 325
Fry A. M., Carney B. W., 1997, AJ, 113, 1073
Garnett D.R., Skillman E.D., Dufour R.J., Peimbert M., Torres-Peimbert S., Terlevich E. and Shields G.A., 1995, ApJ, 443, 65.
Grevesse N., Noels A. 1993, in Origin and Evolution of Elements, eds Pratzos N., Vangini-Flam E. and Cassé M. (Cambridge University Press, Cambrigge) (GN'93)
Hill V., Barbuy B. and Spite M., 1997, A&A, ...
Iglesias C. A., Rogers F.J., 1996, ApJ 464 (OPAL 96)
Izotov, Y.I., Thuan, T.X., Lipovetsky, V.A., 1997, ApJS, 108, 1I.
Kippenhahn R., Weigert A. 1990, Eds. Appenzeller, Harwit H., Kippenhahn R., Strittmatter and Trimble V.
Kovács G., 2000, A&A, 360, L1-L4.
Kurt C.M., Dufour R.J., Garnett D.R., Skillman E.D., Mathis J.S., Peimbert M., Torres-Peimbert S. and Ruiz M.T., 1999, ApJ, 518, 246
Landré V., Prantzos N., Aguer P., Bogaert G., Lefebvre A., Thibaud J. P., 1990 A&A, 240, 85
Lauterborn, D., Refsdal, S., Weigert, A., 1971, A&A, 10, 97
Lauterborn, D., Refsdal, S., Weigert, A., 1971, A&A, 13, 119
Lebreton, Y., Perrin, M.-N., Cayrel, R., Baglin, A. and Fernandes, J., 1999, A&A, 350, 587L
Lejeune, T, Westera, P. & Buser, R., 1999, to be published 65
Luck R.E. & Lambert D.L, ApJSS, 79, 303
Luck R.E., Moffett T.J., Barnes T.G., Gieren W.P., 1998, AJ, 115, 605.
Maeder, A., 1983, A&A, 120, 113M.
Magee N. H., Jr., J. Abdallah, Jr., R.E.H. Clark 1995, "Atomic Structure Calculations and New Los Alamos Astrophysical Opacities", Astronomical Society of the Pacific Conference Series (Astrophysical Applications of Powerful New Database, S. J. Adelman and W. L. Wiese eds) 78, 51
Morel P., 1997 A&AS 124, 597M.
Moskalik P., Buchler J.R. and Marom A., ApJ, 385, 685.
Peimbert, M., Peimbert, A. and Ruiz, M.T., 2000, ApJ, accepted, astro-ph/0003154
Laney C.D. & Stobies R.S., 1994, MNRAS, 266, 441.
Rolleston W.R.J., Dufton P.L., Fitzsimmons A., Howarth I.D. and Irwin M.J., 1993, A&A, 277, 10
Russel S.C. and Dopita M.A., 1990, ApJS, 74, 93
Udalski A., 1998, Acta Astron., 48, 113.
Udalski A., Soszynski I., ... , 1998, AcA xx, 1
Udalski A., Soszynski I., Szymanski M., Kubiak M., Pietrzynski G., Wozniak P., Zebrun K., 1999, AcA 49, 1
Venn K.A., 1999, ApJ, 518, 405

This article was processed by the author using Springer-Verlag LaTeX A&A style file *L-AA* version 3.

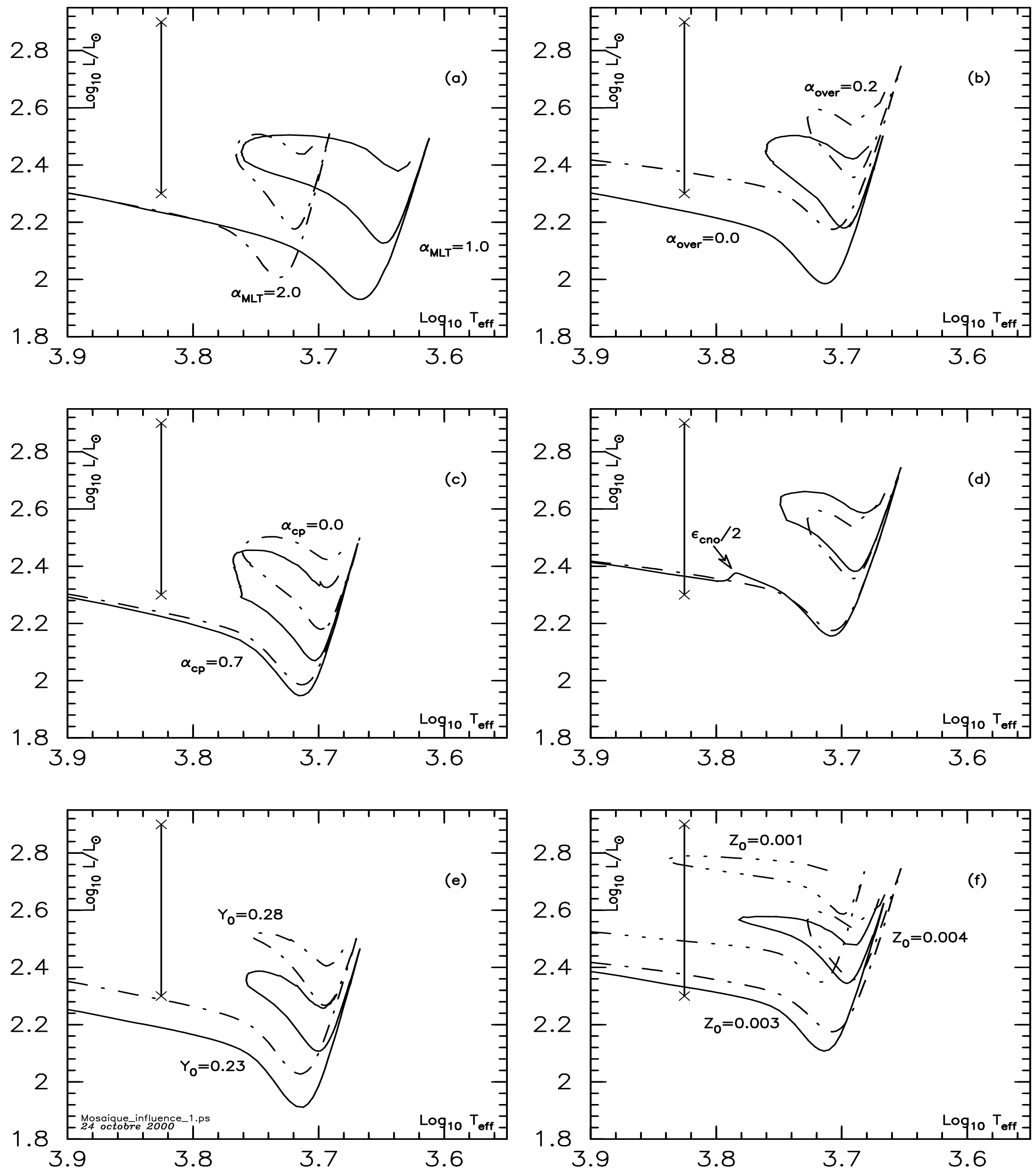


Fig. 2. Influence of free physical parameters on the blue loops extension for 3 $\mathcal{M}_\odot$. These parameters are: the mixing length (a), the overshooting (b), the convective penetration (overshooting below external convective zone) (c), CNO nuclear cycle energy production rate (d), initial helium content (e) and initial metallicity (f). For each plot, a vertical segment (defined in Fig. 1,b) shows the temperature which has to be reached by the loop to reproduce the entire observational IS.

Quatrième partie

Les céphéides galactiques

1

Modélisation de Y Carinae : article 3 (en préparation)

On propose ici un résumé en français de l'article 3, le lecteur familiarisé avec la langue anglaise peut passer à la lecture de l'article lui-même.

Bien que les propriétés des céphéides galactiques soient assez bien connues, de récentes observations spatiales avec le HST et IUE ont fourni de nouvelles contraintes pour quelques systèmes binaires. La céphéide double-mode Y Carinae appartient à l'un d'eux. On propose ici la première modélisation -au sens de l'évolution stellaire- complétement satisfaisante de cette étoile et de son compagnon. Les deux périodes sont calculées, mais l'accord entre le rapport théorique et la valeur observée reste à améliorer. Ce système bien contraint confirme l'existence d'un désaccord entre les rapports de périodes observés et théoriques. Résoudre ce problème conduira à améliorer la physique stellaire.

A&A manuscript no.
(will be inserted by hand later)

Your thesaurus codes are:
06 (02.03.3; 08.05.3; 08.09.3)

ASTRONOMY
AND
ASTROPHYSICS
5.11.2000

Evolutionay Mass, Age and Companion of Double-Mode Cepheid Y Car

D. Cordier[1,2,3]

[1] DASGAL, CNRS UMR 8632, Observatoire de Paris-Meudon, DASGAL, F-92195 Meudon Principal Cedex, France.
[2] École Nationale Supérieure de Chimie de Rennes, Campus de Beaulieu, F-35700 Rennes France
[3] Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu, F-35700 Rennes, France

Received ; accepted

Abstract. Key words: – stars: evolution, interiors, pulsations Although the pulsations of galactic cepheids are quite well known, the recent space observations with HST and IUE have provided new constraints for few binary systems. The double-mode cepheid Y Carinae belongs to one of them. Here we propose the first fully satisfying modeling of both this star and its companion. Linear periods are calculated, period ratio confirms the existence of a shortcoming. Thus this system offers an new opportunity to signal a subsisting imperfection of physical description.

1. Introduction

Double mode cepheids stars allow two types of mass determination through theoretical works: via evolutionary results on one hand and via pulsation properties on the other hand. For decades there has been a disagreement or at least a bad agreement between these two approaches. This was firstly point out in the pionneer work of Christy (1966). A solution has been carryed out for galactic cepheids in the mass range 5 - 8 $\mathcal{M}_{\odot}$ by Moskalik et al. (1992) thanks to new opacity from Rogers & Iglesias (1992) (hereafter OPAL92). On the observational side, high resolution spectoscopy on HST[1] and IUE[2] (allowing separation between information on a cepheid and its hot companion) has allowed N. Evans and co-workers to determine empirical mass estimations for a sample of galactic cepheids. After several works last years Evans et al. (1998) have published five observational mass determinations for cepheids belonging to multiple systems: S Mus, V350 Sgr, U Aql, SU Cyg (simple mode pulsators) and Y Car (double mode). With this latter object, which estimated mass ($\sim 4\ \mathcal{M}_{\odot}$) is out of Moskalik et al. (1992) range, we have an unique oportunity to test directly and simultaneously, star evolution theory and periods calculations. This is the purpose of this paper.

In their paper Evans et al. (1998) compare empirical data with stellar evolution computation outputs. Their Fig. 3 displays observational data in the theoretical Hertzsprung-Russell (hereafter HR) diagram, together with evolutionary tracks performed by Bertelli et al. (1994). These tracks have been obtained with the rather "classical" assumptions for our galaxy, i.e. $Y_0 = 0.28$ and $Z_0 = 0.02$, Rogers & Iglesias (1992) opacity tables and mild core overshooting correspondig to ~ 0.25 $\mathrm{H_p}$ in the Geneva formalism (adopted in this paper). The originality of Bertelli et al. (1994) grids is to include overshoot at the bottom of external convective zone during the red giant phase, the amount used is 0.7 $\mathrm{H_p}$ according to Alongi et al. (1991). The Fig. 3 of Evans et al. (1998) mainly shows two important discrepancies: (1) no cepheid is on a blue loop (portion of the evolutionary track where cepheids are expected to sit if one considers time scale evolution within the Instability Strip); (2) in the case of Y Car the problem appears to be not only with the blue loop extension: indeed the empirical estimated mass seems to be in large disagreement mass-luminosity (hereafter ML) relation deduced from evolutionary models. This disagreement is confirm by Fig. 5 of Evans et al. (1998) where ML relations from various sources (mainly Geneva and Padua groups) are plotted and where no ML curve passes through the Y Car error bar.

Therefore, we are going to attempt to solve the blue loop extension problem using a mass compatible with the empirical range. Moreover, we will attempt to model the period, period ratio and an age estimation for Y Car will be derived. The position of the Y Car companion (Y Car b) will be reproduced for evolutionary models calculated with masses in the Y Car b range.

In Sect. 2, we precise our theoretical framework. In Sect. 3 we review the state of the art about available data

Send offprint requests to: daniel.cordier@ensc-rennes.fr

[1] Hubble Space Telescope
[2] International Ultraviolet Explorer

for Y Car system. In Sect. 4 comparison with "standard" models -equivalent to Padova group ones- will be performed and Sect. 5 will be dedicated to a modelling as complete as possible of Y Car system. Sect. 6 is devoted to concluding remarks.

2. Theoretical Framework

All our evolutionary models were built with the 1D Henyey type code CESAM[3] originally written by Morel (see Morel 1997 for details) in which we brought several improvements. Opacities are from Iglesias & Rogers (1996) (OPAL96 hereafter) for high temperatures ($T > 10000$ K) and Alexander & Ferguson (1994) for cooler domains. For metallicity higher than the solar one (that occurs during the He core burning phase) we have used elemental opacities (Los Alamos) from Magee et al. (1995). The nuclear network includes main reactions up to helium burning. Adopted global chemical composition for the Milky Way is $X_0 = 0.697$, $Y_0 = 0.283$ and $Z_0 = 0.02$. Heavy elements abundancies are a Grevesse & Noels (1993) mixture.

The convective flux is computed in the frame of the Mixing Length Theory. The mixing length value is from solar calibration and taken equal to $l_{MLT} = 1.6 H_p$. We used Schwarzschild's criterion to decide if the energy transport is radiative or convective, and an extra mixing zone has been added above the convective core (the well known "overshooting"). The extension of this zone has been taken equal to $l_{ov} = 0.2 H_p$ in accordance with clusters determination by Geneva team, hereafter we will note $\alpha_{over} = l_{ov}/H_p$). For more exhaustive description we redirect the reader to Cordier et al. (2000).

For the transformation of theoretical quantities, ($M_{\rm bol}$, $T_{\rm eff}$) into absolute magnitudes and colours, we used the most recent version of the Basel Stellar Library (*BaSeL*), version 2.2) of Lejeune et al. (1999) which provides colour-calibrated theoretical flux distributions for the largest possible range of fundamental stellar parameters, $T_{\rm eff}$ (2000 K to 50,000 K), $\log g$ (-1.0 to 5.5), and [Fe/H] (-5.0 to +1.0).

Period calculation has been performed thank to prgoram using Castor's method and written at the Florida University by R. Buchler and co-workers (see e.g. Yecko 1998). It is a Linear Non-Adiabatic code, we did not take account of convection effects. Evolutionary and pulsation calculation are fully consistent: they both use OPAL96 opacities and Alexander & Ferguson (1994) for low temperatures.

3. Y Carinae Observational Data

3.1. Periods

Y Carinae is a beat cepheid pulsating on two modes: the fundamental one and first overtone. The literature indicates a primary period P_0 equal to 3.64 days and the secondary, P_1, equal to 2.56 days ; yielding a period ratio $P_1/P_0 = 0.703$.

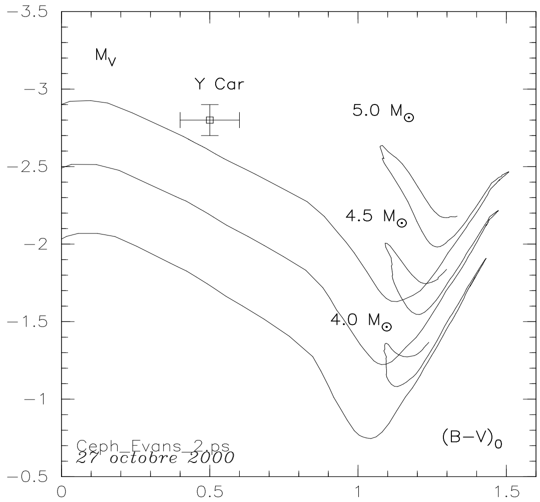


Fig. 1. "Standard" evolutionary tracks versus Y Car locus. Adopted chemical composition is ($Y_0 = 0.283$,$Z_0 = 0.02$) and the overshooting amount is equal to $0.2\mathrm{H_p}$

3.2. Y Car: Cepheid and Companion Masses

In their work Bőhm-Vitense et al. (1997a) have determined the dynamical mass of cepheid Y Carinae by measuring the orbital velocity amplitude of the hot companion Y Car B, they obtain $M = 3.8 \pm 1.2 M_\odot$. On the theoretical side Bőhm-Vitense et al. (1997b) have calculated a beat mass. One of them (S.M.) has done the calculus assuming solar abondances, a mass luminosity relations (each one correspondig to a overshooting amount), using OPAL92 opacities and $\log L/L_\odot = 3.0$ which is the observed luminosity. The mass obtained is $M/M_\odot = 3.85 \pm 0.05$. We will comment this result in Sect. 3.4.

3.3. Absolute magnitude

Firstly we remain the reader absolute $V-$magnitude calcula made by Bőhm-Vitense et al. (1997a), keeping in mind that they are only estimations. Following Freedman & Madore (1991) if one adopts the Feast & Walker (1987) period-luminosity (hereafter PL) relation, one finds $\mathrm{M_V} = -2.8$. Feast & Catchpole (1997) take account of Hipparcos parallaxes (the cepheids are

[3] CESAM : Code d'Evolution Stellaire Adaptatif et Modulaire

considered in average 10% more farther), their PL relation leads to the absolute magnitude $M_V = -3.0$.

In the Fernie et al. (1995) database one finds $M_V = -2.83$. Recently Gieren et al. (1998) have used the infrared Barnes-Evans surface brightness technique to derive the radii and distance of 34 Galactic Cepheids. They found for V−band (their Eq. 11):

$$M_V = -2.769(\pm 0.073)(\log P - 1.0) - 4.063(\pm 0.034)$$

combined with $P_0 = 3.64$ days, we get $M_V = -2.85$ (extreme values are -2.91 and -2.78). The PL relation has only a statistical significance and we notice that the difference between individual M_V and value given by PL (see Gieren et al. (1998) Fig. 4) reaches more or less ± 0.25, consequently we adopt :

$$M_V = -2.80 \pm 0.1 \text{ magn}$$

consistent with previous values. More recently, Groenewegen & Oudmaijer (2000) analysed a set of 236 cepheids from the Hipparcos catalog using the method of "reduced parallaxes". They discuss the slope and the zero point of the PL relation. They indicate an error of about 0.1 on the zero point for their entire sample.

3.3.1. Color

With $E(B-V)$ =0.08 Bőhm-Vitense et al. (1997a) indicate an average $(B-V)_0$ =0.56 corrected for the companion. The Fernie et al. (1995) database gives $< (B-V) >$=0.612 and $E(B-V)$ =0.167, thus we get a value : $(B-V)_0$ =0.45. We adopt :

$$(B-V)_0 = 0.5 \pm 0.1$$

3.4. Chemical Composition

As established by Fry & Carney (1997) the intrinsic spread in [Fe/H] is about ≈ 0.4 for cepheid stars, braketing the solar value, but Y Car does not appear in their sample. This spread shows that we have to treat the problem of chemical composition very carefully. Fortunately **?** have published the 1996 edition of their [Fe/H] catalogue and Y Car is within, its value is:

$$[\mathrm{Fe/H}] = -0.23$$

leading to a metallicity:

$$Z_0 = 0.01$$

This [Fe/H] has been determined by Barrel (1982) using the curve-of-growth method. More recently Andrievsky et al. (1993) redetermined [Fe/H] using Barrell's data (i.e. W_λ, $T_{\rm eff}$ and $\log g$) but thanks to `WIDTH6` program (Kurucz (1979)) and oscillator strenghts from Thévenin (1989), then they found :

$$[\mathrm{Fe/H}] = -0.33$$

$(Z_0 \sim 0.01)$ with error ~ 0.10 dex.

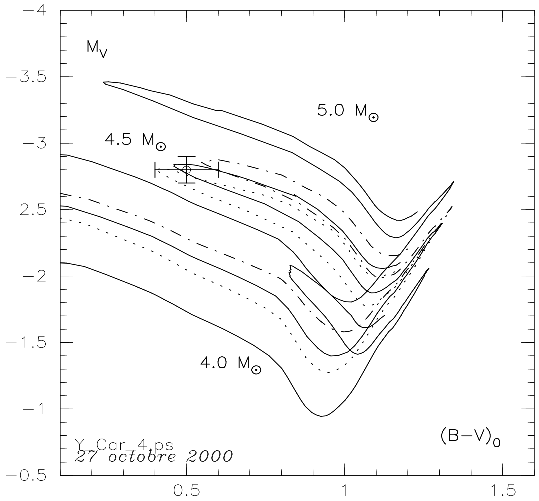


Fig. 2. Evolutionary tracks versus Y Car locus. Adopted chemical composition is ($Y_0 = 0.263$,$Z_0 = 0.01$), masses are: 4.0 $\mathcal{M}_\odot$, 4.5 $\mathcal{M}_\odot$ and 5.0 $\mathcal{M}_\odot$, overshooting of 0.15H_p. For $\mathcal{M} = 4.5$ $\mathcal{M}_\odot$ with have added two more tracks, one with an overshooting of 0.2H_p (dot-dashed line) and an other with 0.1H_p.

4. Comparison with Standard Models

In this section we used "standard" evolutionary models, i.e. models with physics inputs equivalent to those of Bertelli et al. (1994), for which a large discrepancy has been noted. The adopted chemical composition here is a "mean galactical composition", i.e. $Y_0 = 0.283$ and $Z_0 = 0.02$. We recall that Bertelli et al. (1994) have made a very similar choice: $Y_0 = 0.28$ and $Z_0 = 0.02$. Our overshooting amount is equal to 0.2H_p in the "Geneva formalism". Fig. 1 shows standard evolutionary tracks for a mass range typical of Y Car: the disagreement is rather large.

5. Full Modelling

5.1. Position within the Color-Magnitude diagram

We now present models built taking account of slight metal deficiency pointed out in Sect. 3.4. Therefore we have chosen ($Y_0 = 0.263$,$Z_0 = 0.01$) which correspond to an helium to metal enrichment $\Delta Y_0/\Delta Z_0 = 2$, value indicated by recents works like Peimbert et al. (2000).

Our Fig. 2 shows clearly a very good agreement with observation for a mass of 4.5 $\mathcal{M}_\odot$ an two overshooting amount value: 0.1H_p and 0.15H_p. The upper overshooting ($\sim$ 0.2 H_p) derived at pure galactical metallicity i.e. $Z_0 = 0.02$ has the poorer agreement, telling us that ovsershooting for a fixed mass value may decrease when metallicity decrease, as it is suggested by Cordier et al. (2000). Unfortunately with help of Fig. 2 we are unable to decide which amount is favoured by Y Car.

5.2. Period and period ratio

In Fig. 3 we have plotted the period of the fundamental mode P_0 versus color $(\mathrm{B}-\mathrm{V})_0$. The red edge for all evolutionary track is arbitrary fixed. All tracks are calculated with 4.5 $\mathcal{M}_\odot$ and various overshooting values. Among these values, our plot favours clearly $\alpha_{over} = 0.15$. The same plot as Fig. 3 can be obtained for first overtone mode. In both case we derived an age estimation for Y Car (time when models cross the error bar): we obtain t_0 =130.83 Myr for fundamental mode and t_1 =130.77 Myr for the first overtone. As the reader can remark t_0 and t_1 = are slightly different. In Fig. 4 we have represented period ratio $P_{10} = P_1/P_0$ versus $\log P_0$: we see that period ratio is approched but never equalized by the model. This could be a lack of pulsations calculations: linearity, no convective phenomena taken into account. As an estimation we keep the mean age value: t_{YCar} =130.80 Myr.

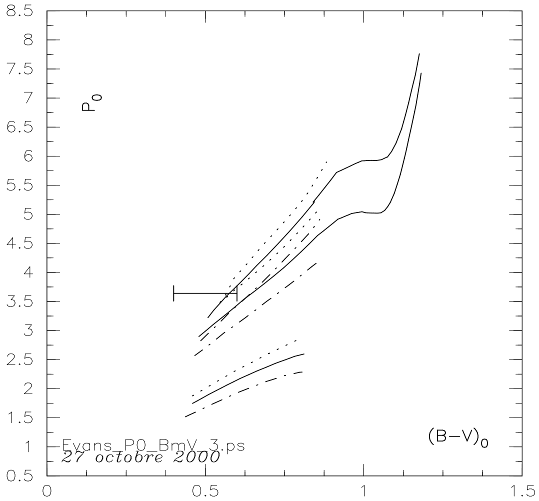


Fig. 3. Period P_0 versus color $\mathrm{B}-\mathrm{V}_0$ along three evolutionary tracks: mass is setted to 4.5 $\mathcal{M}_\odot$, chemical composition is ($Y_0 = 0.263$,$Z_0 = 0.01$), overshooting values are: 0.10 $\mathrm{H_p}$ (dot-dashed curves), 0.15 $\mathrm{H_p}$ (solid curve) and 0.20 $\mathrm{H_p}$ (dotted curve).

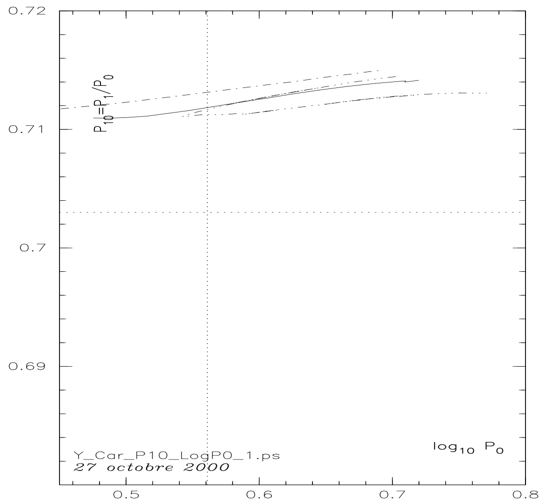


Fig. 4. Period ratio $P_{10} = P_1/P_0$ versus $\log P_0$ for all tracks at 4.5 $\mathcal{M}_\odot$, overshooting values are: 0.10 $\mathrm{H_p}$ (dot-dashed curves), 0.15 $\mathrm{H_p}$ (solid curve) and 0.20 $\mathrm{H_p}$ (dot-dot-dashed curve).

5.3. Companion

In their work Bőhm-Vitense et al. (1997a) give a mass range for Y Car B of 2.4 $\mathcal{M}_\odot$ to 2.7 $\mathcal{M}_\odot$ with an absolute magnitude $\mathrm{M_v} = 0.86$. Fig. 5 shows that all these data are compatible with the estimated age for Y Car for a same chemical composition (i.e. $Y_0 = 0.263$,$Z_0 = 0.01$). Our work favours the highest mass value.

5.4. Surface chemical composition

In their paper Andrievsky et al. (1994) have done detailed spectroscopic measurements of three galactic double-mode cepheids: EW Sct, VX Pup and BQ Ser in the aim to build a P_1/P_0 versus [Fe/H] relation. They remark: (1) carbon deficiency, (2) nitrogen overabundance and (3) normal oxygen content. Our evolution gives: [C/Fe] = −0.18, [N/Fe] = 0.46 and [O/Fe] = −0.03; which is remarkably similar to results from Andrievsky et al. (1994).

6. Conclusion

In this paper we have be able to propose a model for doblemode galactic cepheid Y Car. We have shown that for such object a special attention must be payed to chemical composition in the aim to well reproduce the global evolutionary proprieties of such a star. Particularly our simulation verify general trends for chemical abundacies observered by Andrievsky et al. (1994) for galactic doblemode cepheids.

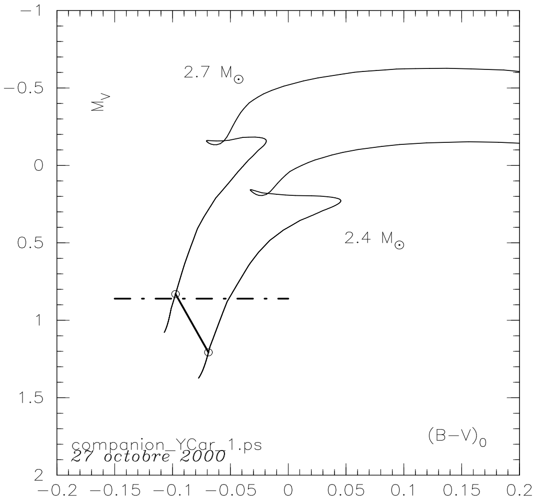


Fig. 5. Evolutionary tracks corresponding to the mass range of Y Car B the companion of cepheid Y Car. A segment joins the models 130.80 Myr olds (estimated age for Y Car) and the dot-dashed line indicate the absolute magnitude of the companion.

Within the range allowed by empirical determination i.e. $3.8 \pm 1.3\ \mathcal{M}_\odot$, higher values ($4.5\ \mathcal{M}_\odot$) are favoured by our work. The modeling is compatible with mild overshootind i.e. $\sim 0.15\mathrm{H_p}$ and not any kind of new free parameters are needed: particulary overshooting below the bottom of external convective zone during red giant branch.

However, our simply periods calculation failed to reproduce the period ratio. This disagreement could be explained by non-linear and/or convective effects. More realistic pulsation models are needed.

Acknowledgements. We are grateful to Nancy Evans for scientific discussions. We thank École Supérieure de Chimie de Rennes for pleasant working conditions and L. Torvalds and all the `GNU/Linux` group developers for their usefull work.

References

Alexander D. R. and Ferguson J. W., 1994, ApJ 437, 879
Alongi M., Bertelli G., Bressan A. and Chiosi C., 1991, A&A, 244, 95
Andrievsky S. M.,Kovtyukh V. V., Usenko I. A., 1993, MNRAS, 265, 257
Andrievsky S. M., Kovtyukh V. V., Usenko I. A., Klochkova V. G. and Galazutdinov G. A., 1994, A&AS, 108, 433
Barrel S. L., 1982, MNRAS 200, 127
Bőhm-Vitense E., Evans N. R., Carpenter K., Morgan S., Beck-Winchatz B., Robinson R., 1997, AJ, 114, 1176
Bertelli G., Bressan A., Chiosi C., Fagotto F., and Nasi E., 1994, A&AS, 106, 275.
Bőhm-Vitense E., Evans N. R., Carpenter K., Beck-Winchatz B., Morgan S., Robinson R., 1997, A Half Century of Stellar Pulsation Interpretation: A Tribute to Arthur N. Cox, Eds Paul A. Bradley and Joyce A. Guzik, Proceedings of a Conference held in Los Alamos, NM 16-2 June 1997, ASP Conference Series # 135, p. 280
Cordier D., Lejeune T., Beaulieu J.-P., Lebreton Y. and Goupil M.-J., 2000, A&A, submitted.
Christy R.F., 1966, ApJ, 144, 108
Evans N.R., Bőhm-Vitense E., Carpenter K., Beck-Winchatz and Robinson R., 1998, ApJ 494, 768
Feast M. W. & Catchpole R. M., 1997, MNRAS, 286, L1-L5
Fernie J.D., Beattie B., Evans N.R., Seager S., 1995, IBVS No. 4148
Feast M. W. & Walker A. R., 1987, A&A, 25, 345
Freedman W. L., & Madore B. F., 1991, PASP, 103, 933
Fry A. M., Carney B. W., 1997, AJ, 113, 1073
Gieren W. P., Fouqué P., Gómez M., 1998, AJ, 496, 17,
Grevesse N., Noels A. 1993, in Origin and Evolution of Elements, eds Pratzos N., Vangini-Flam E. and Cassé M. (Cambridge University Press, Cambrigge) (GN'93)
Groenewegen M. A. T. & Oudmaijer R. D., 2000, A&A, 356, 849
Rogers F.J. and Iglesias C. A., 1992, ApJS, 79, 507
Iglesias C.A., F.J. Rogers, 1996 ApJ 464 (OPAL 96) MNRAS, 262, 545
Kurucz R. L., 1979, ApJS, 40, 1
Lejeune, T, Westera, P. & Buser, R., 1999, to be published 65
Magee N. H., Jr., J. Abdallah, Jr., R.E.H. Clark 1995, "Atomic Structure Calculations and New Los Alamos Astrophysical Opacities", Astronomical Society of the Pacific Conference Series (Astrophysical Applications of Powerful New Database, S. J. Adelman and W. L. Wiese eds) 78, 51
Morel P., 1997 A&AS 124, 597
Moskalik P., Buchler J.R. and Marom A., 1992, 385, 685
Peimbert, M., Peimbert, A. and Ruiz, M.T., 2000, ApJ, accepted, astro-ph/0003154
Astron. Soc.
1992, ApJS, 79, 507
Thévenin F., 1989, A&AS, 77, 137
Yecko P.A., Kollath Z. and Buchler J. R., 1998, A&A, 336, 553

This article was processed by the author using Springer-Verlag LaTeX A&A style file *L-AA* version 3.

Conclusions et perspectives

On va reprendre ici les principales avancées apportées et les perspectives ouvertes par ce travail.

L'adaptation et le développement du code de structure interne et d'évolution stellaire CESAM ont permis d'atteindre les stades céphéides dans le diagramme HR théorique. Un examen minutieux des cœurs convectifs de céphéides a permis de proposer une explication à deux singularités dans l'allure générale des boucles bleues. L'une des ces singularités est ce qu'on a dénommé « boucle bleue multiple » (*cf.* chap. 8 partie I) ; ce phénomène est causé par une augmentation de l'abondance centrale en hélium Y_c due à une brusque dilatation du cœur convectif. La deuxième singularité est la « boucle bleue naine » apparaissant à basse métallicité vers $\sim$ 4- 5 $\mathcal{M}_\odot$. L'origine de cette manifestation est aussi en relation avec la convection centrale. Alors que pour les valeurs de masses inférieures ou supérieures le cœur est alimenté en hélium au début de la boucle bleue, vers $\sim$ 4,5 $\mathcal{M}_\odot$ cela ne se produit pas de la même façon, conduisant à un épuisement très rapide de l'hélium central et donc à une « boucle bleue » plus courte.

Dans un deuxième temps, je me suis intéressé à la dépendance de « l'overshooting » avec la métallicité. En employant deux types d'arguments : l'un impliquant les données OGLE 2 du « SMC » et l'autre faisant usage du « critère de Roxburgh », on a suggéré que « l'overshooting » devrait décroître avec la métallicité. Ce comportement est étayé par la croissance de la viscosité du matériau stellaire lorsque la métallicité. Dans cet article on a travaillé à composition chimique constante : celle du SMC. On peut donc se demander ce qu'il advient dans le cas du Grand Nuage de Magellan ($Z_0 = 0.008$) pour lequel on peut aussi appliquer le critère de Roxburgh et utiliser des données OGLE. On peut également imaginer une étude reprenant les « mélanges » d'éléments lourds mis en évidence dans l'article deux. Une étude du comportement de l'overshooting en fonction de la masse totale de l'étoile serait intéressante à mener : l'équipe de Padoue trouve une croissance de l'overshooting avec la masse. Pour ce genre de travail les données OGLE risquent cependant de ne pas être utiles : à petite masse les données souffrent de la limite de détection du matériel et à grande masse la statistique n'est plus très bonne. A l'intérieur de la même problématique on envisagera des travaux sur l'overshooting au-dessus d'un cœur d'hélium en comparaison de ce qu'on a pour un cœur convectif où l'hydrogène brûle. Enfin le mélange créé par la « diffusion turbulente » (une autre représentation de la convection) ou par d'autres phénomènes comme la rotation pourra être étudié.

Combiné à une discussion sur le détail des abondances des éléments lourds du « SMC », le montant « d'overshooting » proposé dans l'article 1 a été utilisé pour modéliser les stades évolutifs « céphéides » du Petit Nuage de Magellan. Plusieurs relations masse-luminosité -données de base des calculs de pulsations- ont été calculées. Ces derniers résultats réconcilient partiellement, et pour la première fois, les évolutions stellaires et les calculs d'oscillations de céphéides du « SMC ». Pour aller plus loin, la première étape est bien sûr de reprendre les calculs d'évolutions et d'oscillations de manière cohérente. La composition chimique doit être la même dans les deux cas, de plus les tables d'opacité jusqu'à présent distribuées par OPAL sont élaborées à partir d'un mélange « GN93 », il est donc nécessaire -puisque c'est aujourd'hui techniquement possible- d'utiliser des tables suivant un « mélange » chimique identique à celui utilisé par ailleurs. Les résultats de ces simulations pourront ensuite être comparés aux observations via deux puissantes contraintes : les périodogrammes (nombre d'objets en fonction de la valeur de la période) et rapport de périodes (période du fondamental sur période du deuxième overtone) en fonction de la période. Ces deux contraintes n'ont jusqu'à présent pas été reproduites de façon satisfaisante. Dans le cas des périodogrammes on pourra faire, ce qui serait nouveau, la distinction entre oscillateurs fondamentaux et oscillateurs « overtones ».

Dans l'article trois j'ai montré la nécessité de prendre en compte, pour une céphéide galactique, une composition chimique réaliste et non pas une composition « moyenne ». Toutes les contraintes observationnelles ont été satisfaites à l'exception du rapport de période où le désaccord bien que faible (de l'ordre du pourcent) est au-delà des barres d'erreurs (moins d'un pourcent). Deux pistes peuvent être explorées pour solutionner ce problème : (1) l'influence d'une convection dépendant du temps sur les modes d'oscillation, (2) la prise en compte des effets non-linéaires, (3) l'étude plus détaillée de la composition chimique. On notera finalement qu'on pourra tenter de reproduire la forme de la courbe de lumière à l'aide d'un code hydrodynamique. Chose qui n'a pas été faite dans l'article 3. On remarquera que malgré les progrès apportés par l'amélioration des tables d'opacité, la modélisation des céphéides galactiques n'est pas un domaine clos.

Les céphéides comme « tests pour la théorie de la structure interne stellaire » dégagent trois nécessités majeures : (1) une cohérence plus poussée entre théorie de l'évolution et celle des oscillations, (2) une meilleure connaissance observationnelle des détails de la composition chimique des objets du « SMC », (3) une modélisation plus réaliste de la convection de la matière stellaire.

En ce qui concerne les abondances observationnelles on peut chercher à évaluer la faisabilité de mesures spectroscopiques d'objets à la magnitude I $\sim$ 17 typique des céphéides les moins lumineuses du SMC. Dans leur article [Fry and Carney, 1997] donnent les caractéristiques des observations spectrales qui leur ont permis de déterminer la composition chimique d'un ensemble de 23 céphéides galactiques. Ces caractéristiques sont les suivantes : pouvoir de résolution $R \sim 30000$, rapport signal sur bruit $S/N \geq 100$ et domaine spectral allant de 540 nm à 830 nm (en mettant « bout à bout » plusieurs spectres).

L'ESO [1] propose un « Exposure Time Calculator » pour les différents instruments

1. European Southern Observatory

montés sur ses télescopes. J'ai donc évalué les temps d'intégration nécessaires à la prise de spectres de qualité similaire à ceux de [Fry and Carney, 1997]. Pour atteindre une résolution de 30000 avec « EMMI », spectrographe monté sur le New Technology Telescope (NTT) à La Silla le temps d'intégration est de 8 heures ! « FORS » sur le Very Large Telescope (VLT) ne peut pas atteindre la résolution demandée, seul « UVES » toujours sur le VLT peut satisfaire cette condition au prix de 2 heures d'intégration. La détermination de la composition chimique des céphéides de l'échantillon OGLE du SMC est donc un bon sujet d'investigation pour le VLT.

Pour les problèmes liés à la convection on peut envisager plusieurs perspectives : (a) l'élaboration d'une théorie beaucoup moins approximative que la « MLT » tout en étant aussi peu « gourmande » en temps de calcul, (b) la « tabulation » des valeurs du flux convectif (et d'un « critère » de détermination des limites des zones convectives), (c) le calcul de modèles comportant un traitement de la convection dans toute sa splendeur.

La perspective (a) a été intensivement explorée aboutissant essentiellement à un grand nombre de variantes de la « MLT ». La « tabulation » requiert que les caractéristiques de la convection soient « tabulables » ce qui n'est pas évident. Cette tâche demanderait énormément de temps de calcul sur des super-calculateurs donc un coût très élevé. Des tentatives commencent cependant à être menées, par exemple [Lydon *et al.*, 1993].

La dernière possibilité dépend de la progression de la puissance des ordinateurs au cours du temps. On peut s'amuser à estimer la date à laquelle on pourra faire des évolutions stellaires en un temps raisonnable avec un calcul de la convection. Adoptons un temps de calcul actuel par modèle de 1 mois pour une structure stellaire incluant la convection (ce qui est déjà un peu optimiste). Pour faire mille modèles (ordre de grandeur du nombre de modèles pour une évolution stellaire jusqu'aux céphéides) il faut 83 ans. En assimilant la puissance des ordinateurs au nombre de leurs transistors et en appliquant la « loi » de Moore[2] on trouve qu'il nous faudra patienter une vingtaine d'années avant de ramener le calcul d'une évolution incluant la convection de 83 ans à 1 jour ...

Dans le domaine des calculs d'évolutions on peut penser développer des travaux concernant les céphéides appartenant à des systèmes multiples. Environ 30 % des céphéides de population I sont membres de systèmes binaires contenant une autre étoile de masse intermédiaire. On peut se demander quelles seront les propriétés des trajets évolutifs en cas d'échange de matière entre les deux étoiles et en particulier si la bande d'instabilité est traversée plusieurs fois. J'ai n'ai pas trouvé de références récentes sur ce sujet, il y a dix ans [Chiosi, 1990] soulignait déjà ce manque et citait seulement [Becker, 1985].

Finalement, l'intérêt de ce travail réside dans le lien qu'il établit entre une physique microscopique (les réactions nucléaires, l'interaction matière-rayonnement), les phénomènes mésoscopiques (convection, turbulence, ...) et le macroscome : mesure des très grandes

2. Gordon Moore, un des dirigeants d'Intel, énonça en 1965 une « loi » selon laquelle le nombre de transistors par processeur doublerait tous les 18 mois. Cette « loi » a été approximativement vérifiée jusqu'à présent.

distances via la relation période-luminosité des étoiles céphéides.

A

Communication au colloque IAU 176

A.1 Résumé

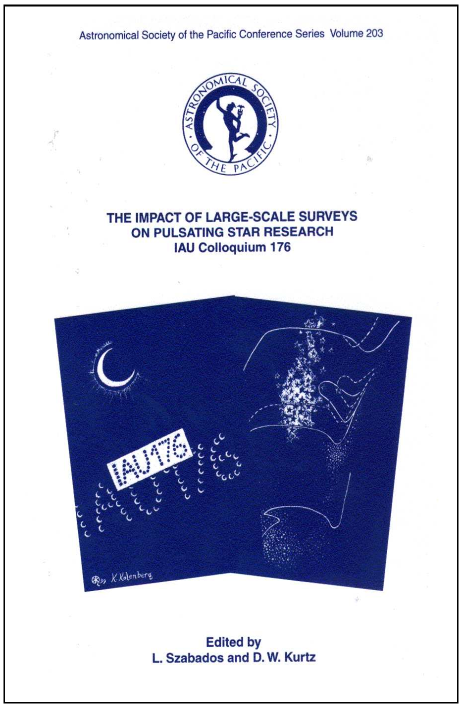


FIG. A.1 – *Couverture des comptes-rendus du colloque IAU 176.*

Lors du colloque IAU[1] 176 qui a eu lieu à Budapest du 8 au 12 août 1999, j'ai présenté sur « poster » un travail précurseur de l'article « Towards an Overshooting Metallicity Dependence ». Le contenu de ce poster s'articule autour de deux points. On compare d'abord des temps d'évolution sur la séquence principale et des nombre d'étoiles dans le diagramme HR des données OGLE 2 du SMC. Le résultat de cette procédure favorise l'utilisation d'un overshooting non-nul lors de cette phase.

Pour une masse de $\sim 5\ \mathcal{M}_{\odot}$ on constate un désaccord entre les observations et trajets évolutifs : l'introduction d'un convection pénétrative en bas de la zone convective externe sur la branche des géantes permet de le réduire.

A l'issue de ce colloque -pimenté par la magnifique éclipse de Soleil du 11 août- l'éditeur des comptes-rendus m'a fait le plaisir d'utiliser ma figure pour sa couverture (*cf.* Fig. A.1).

1. International Astronomical Union

A.2 Texte paru dans les « Proceedings » du colloque

The Evolution of Galaxies on Cosmological Timescales
ASP Conference Series, Vol. 3×10^8, *1999*
J. E. Beckman, and T. J. Mahoney, eds.

Mixing in the SMC Stars : Implication for Cepheids.

D. Cordier, T. Lejeune, Y. Lebreton and M.-J. Goupil

DASGAL, Observatoire de Paris-Meudon, Meudon, France and Astronomisches Institut der Universität Basel, Binningen, Switzerland

Abstract. We compare the recent OGLE 2 data of stars in the Small Magellanic Cloud (SMC) with stellar evolutionary models of low metallicity computed with the updated and numerically accurate code CESAM. The conversion between theoretical data and observational ones has been carefully done using the BaSel Library. This enables us to derive new observational constraints at SMC chemical composition: on the overshooting parameter α_{over} during the main sequence, on the mixing-length parameter α_{MLT} for the red giant branch. The occurrence of an instability strip crossing episode is strongly related to these mixing parameters.

1. Theoretical Models.

The evolution of stars in the mass range 3-7 $M_\odot$ has been computed for the SMC chemical composition ($X_0 = 0.745$, $Z_0 = 0.004$, [Fe/H] ~ -0.7) from the zero age main sequence to the end of core He burning. Details about the stellar models will be given in a forthcoming paper (Cordier et al., in preparation). The BaSel stellar library by Lejeune et al. (1998) has been used to obtain color-magnitude diagrams from theoretical luminosities and effective temperatures.

2. Constraints on Mixing Parameters.

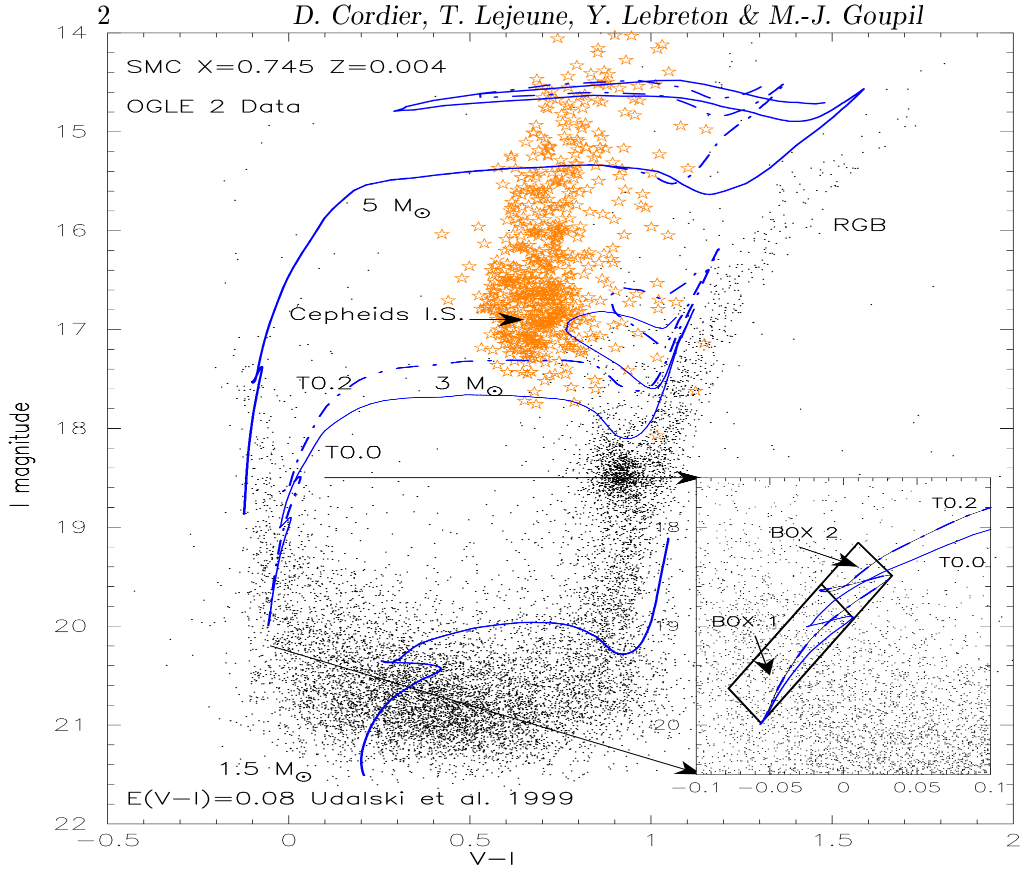
2.1. Overshooting on the Main Sequence.

In the figure are plotted two 3 $M_\odot$ evolutionary sequences: the continuous track T0.0 is a sequence without overshooting ($\alpha_{over} = 0.0$) whereas the dashed line T0.2 includes overshooting with $\alpha_{over} = 0.2$. We estimated that the sequence with overshooting scans 97% of the observed stars while without core overshooting only 84% of the observed stars are accounted for. On the other hand we compared observed star numbers N_1 and N_2 to (theoretical) time scales τ_1 and τ_2, related with boxes 1 and 2. We found for the T0.0 track ($\alpha_{over} = 0.0$) a ratio τ_2/τ_1 =0.06 while it amounts to τ_2/τ_1 =0.13 for the T0.2 track ($\alpha_{over} = 0.2$). Using the OGLE 2 data, we found $N_2/N_1 = 0.15$. Observations are therefore in favour of an overshooting parameter $\alpha_{over} \sim 0.2$ at low metallicity.

2.2. Turning to Evolved Stages.

We have computed two tracks at 5 $M_\odot$ with different mixing length parameters on the RGB: $\alpha_{MLT} = 1.6$ (dot-dashed track) and 1.3 (continuous line). As

1



expected, with a smaller α_{MLT} the theoretical RGB is redder, improving the agreement with OGLE 2 data. On the other hand the blue loop extension is unaffected by such (small) changes in α_{MLT}. Thus low values of α_{MLT} are favoured by observations (but other effects could also intervene) although they are not expected from present 2-D hydrodynamical simulations at SMC metallicities and low (RGB) surface gravities (HG Ludwig 1999, private communication).
Concerning the post-RGB stages, the blue loops at low mass (i.e. 3 $M_\odot$) do not entirely cover the observational cepheids instability strip (I.S.) and the situation worsens when the overshooting amount increases. The misfit could be due to a shortcoming in the stellar models or to a problem involving the conversion from theoretical quantities (L, $T_{\rm eff}$) to observational ones (I, $V-I$).
In conclusion, OGLE 2 data provided us new and interesting constraints on mixing parameters of the evolutionary models, but further investigations are necessary to understand and try to reduce the remaining descrepancies.

References

Lejeune, T., Cuisinier, F. & Buser, R. 1998, A&AS, 130, 65

Udalski, A., Soszynski, I., Szymanski, M., Kubiak, M., Pietrzynski, G., Wozniak, P., Zebrun, K., 1999, AcA, 49, 1

B

Construction pratique d'un modèle de céphéide avec CESAM

B.1 Problèmes rencontrés, solutions.

Le lecteur trouvera ici une suite de remarques concernant les problèmes rencontrés lors de l'élaboration d'une évolution stellaire à partir d'un modèle chimiquement homogène (« ZAMS ») jusqu'à l'épuisement de l'hélium au centre. Les remarques sont basées sur la version 3.2.2.0 de CESAM que j'ai développée afin de pouvoir modéliser les stades « céphéides ». Les versions précédentes ou postérieures ont des particularités différentes (je pense au calcul de la composition chimique), et les éventuels petits bugs ont été corrigés dans les versions supérieures. Cela n'empêchera pas l'utilisateur de vérifier que tel est le cas. D'une manière générale, le code comporte extrêmement peu de « bugs » et est très bien écrit avec un souci constant de faciliter la tâche de l'utilisateur (les commentaires sont très nombreux). De plus une notice au format `PostScript` est disponible sur le site Web de l'Observatoire de Nice.

Jusqu'à l'amorçage des réactions de fusion de l'hélium dans le cœur, la physique contenue dans cette version de CESAM est globalement suffisante, j'ai -pour ce tronçon d'évolution- complété le cycle CNO et la fusion de He (*cf.* chapitre 4)

Dans la version originelle du programme le calcul des fractions massiques initiales des différents éléments chimiques se fait dans le sous-programme d'énergie nucléaire. Après avoir cherché longtemps la source d'un décalage important des séquence principales calculées par CESAM et celles calculées par le groupe de Genève pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan, je me suis aperçu que CESAM3.2 calculait la composition chimique initiale de façon correcte uniquement dans le cas solaire (*cf.* Sect. 4.3). L'utilisateur d'une autre version du code veillera donc à bien vérifier le mode de calcul de la composition chimique initiale. Une façon de faire adoptée dans d'autres versions du code, est l'utilisation d'un fichier où l'utilisateur indique la composition initiale élément par élément : c'est sans doute une méthode préférable à un calcul « interne ». De plus une attention particulière sera portée à l'option `z_opa=cte`, il ne faut évidement pas fixer la valeur de la métallicité lors du calcul de l'opacité ! Cette option d'origine historique n'a plus de raison d'être (et a probablement disparu dans les versions supérieures).

Sur la séquence principale et lors de la traversée de la brèche de Russell le programme fonctionne à merveille. Il est à noter que si l'on désire une jolie petite « boucle bleue » en fin de séquence principale, il faut contraindre la gestion du pas de temps lors de cette phase avec une valeur de « `d_grav` » assez petite, *i.e.* de l'ordre de 0,05. Cette variable contrôle la variation d'énergie potentielle d'un modèle à l'autre ; lorsque cette dernière est trop grande le pas de temps est réduit d'un facteur deux.

Après un arrêt puis une reprise d'un calcul d'évolution le code imposait des valeurs délirantes d'overshooting et de convection pénétrative sous la zone convective externe. Ce « bug » venait d'une vicieuse non-affectation de valeurs aux éléments du tableau « `r_ov` », j'ai donc corrigé cela dans le sous-programme « `lim_zc_3` » et signalé la chose à Pierre Morel. Toutes les versions supérieures à 3.2.2.0 sont corrigées.

Je signale ici une chose qui n'est pas un problème mais qui peut être intéressante à connaître. Lorsque une zone convective « avance », *i.e.* lorsqu'une de ses limites progresse dans une région chimiquement non-homogène, la composition chimique est uniformisée à l'intérieur de la zone convective. Quand le contraire se produit (une zone convective voyant son extension régresser) la composition chimique dans la région qui n'est alors plus convective (donc plus chimiquement homogène) est déterminée par interpolation linéaire entre l'ancienne et la nouvelle limite de Schwarzschild . Dans le sous-programme « `evol_3` », il y a la possibilité d'inclure ou pas cette interpolation (`zc_aug=.false.` et `core_reg=.false.` pour suprimer l'interpolation). D'après les quelques tests que j'ai pu faire l'influence de ce schéma sur une évoltution stellaire est négligeable, mais pourra peut être se manifester avec une physique différente de celle que j'ai utilisée.

Les problèmes les plus chroniques se rencontrent à partir du démarrage des réactions « 3α » dans le cœur, phase à partir de laquelle le code avait été peu testé avant ma thèse. En effet, le programme a très souvent le mauvais goût de s'arrêter juste après ce début de combustion. L'énergie gravitationnelle est importante, le pas de temps est réduit sans que cela résolve le problème, la valeur minimale du pas de temps est atteinte et l'évolution est stoppée.

Le bord du cœur d'hélium se dilate fortement (taux de production d'énergie gravitationnelle négatif) et ponctuellement la luminosité tend à être négative, ce qui n'est pas physiquement impossible mais qui n'est pas traitable avec CESAM étant donné le jeu de variables mis en oeuvre, on a notamment : $(\mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot)^{2/3}$ (*cf.* Sect. 3.2.1). La figure B.1

présente une telle situation :

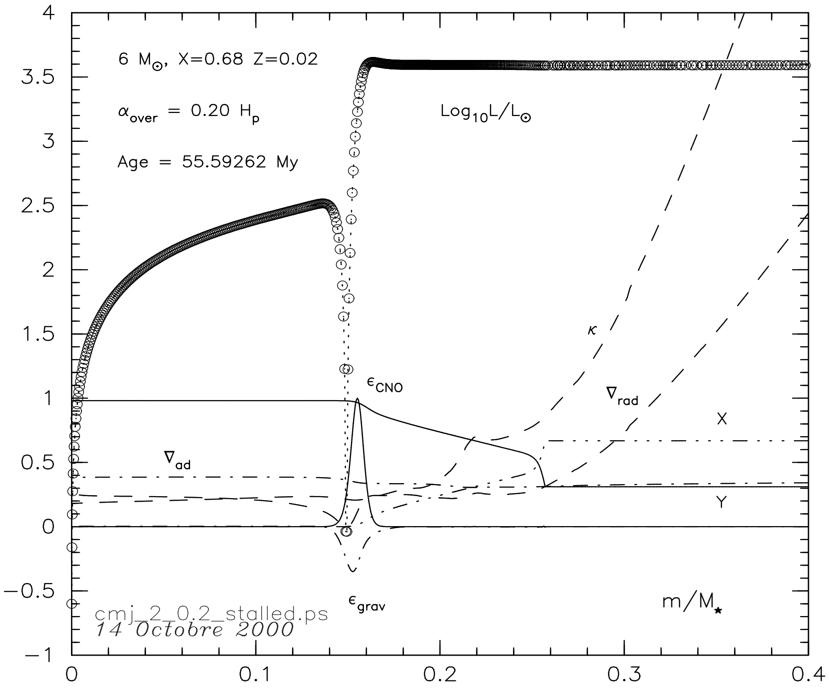


FIG. B.1 – *Illustration d'un problème numérique lié à la luminosité au moment du démarrage de la fusion de He au centre d'une étoile sur la branche des géantes. Juste en dessous de la zone où l'hydrogène est consommé par le cycle CNO (indiquée par ϵ_{cno}) on constate un forte décroissance de* $\log \mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$ *pour seulement quelques points. Cette décroissance est bien couplée à des valeurs négatives pour ϵ_{grav} le taux de production d'énergie gravitationnelle.*

Il convient donc de relaxer un peu cette condition sur l'énergie gravitationnelle en prenant une valeur de « `d_grav` » de l'ordre de 0,5 et de faire une reprise d'évolution à partir du fichier « `nom_de_mon_modele.cohe` » en adoptant un pas de temps de l'ordre de 0,3 millions d'années. On notera également le nombre relativement faible de points de collocation décrivant la couche de combustion « CNO ». On peut imaginer améliorer cette situation en modifiant l'algorithme de distribution des points. Cela peut être réalisé en imposant un minimum de points de collocation dans cette région (critère sur la température par exemple).

Il est à noter qu'une gestion de l'évolution avec des paramètres d'arrêts sur la fraction massique d'hélium central Y_c et $\log \mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$ lors de cette phase de combustion de He est absolument nécessaire : j'ai donc ajouté cette possibilité.

L'hélium brûle au centre, d'abord sur la ligne d'Hayashi (environ 10 à 20 % y est consommé) puis la phase « boucle bleue » débute. Là, on veillera à faire des arrêts de l'évolution tous les 0,1 où 0,2 en Y_c et à utiliser des pas de temps assez grands (ordre de grandeur : 0,5 $-$ 2 millions d'années) plus la valeur de la masse totale est grande, plus les pas de temps doivent être grands. La limite entre la zone de combustion de He (zone convective) et le reste du cœur est très abrupte (*cf.* Fig. 8.3), elle est souvent décrite par le code comme une discontinuité de composition chimique. Un déplacement de cette frontière vers l'extérieur de l'étoile ramène donc au centre du carburant nucléaire, si le pas de temps Δt est trop petit le modèle consomme moins de He qu'il en est rapporté au centre ce qui est une situation probablement non-physique. Ce phénomène est particulièrement sensible à l'extrémité de la boucle bleue où $Y_c \approx 0{,}1$ et où Y_c peut voir sa valeur augmenter de plus de 50% en un pas de temps ! Le chapitre 8 a été consacré aux conséquences de ce problème.

J'ai utilisé des pas de temps et des valeurs de « `d_grav` » assez grands, de plus la taille du cœur convectif a été parfois bornée supérieurement pendant quelques modèles, lors de la phase critique où $Y_c \approx 0{,}1$.

B.2 Gestion typique d'une évolution depuis la ZAMS jusqu'à $Y_c \approx 0$

On propose ici les valeurs des paramètres numériques utilisés et le découpage temporel des évolutions. Cette manière de faire est sans doute perfectible mais probablement pas complètement automatisable. J'imagine que si dans l'avenir quelqu'un utilisait à nouveau CESAM (cette version ou une autre), cela serait pour tester de nouvelles choses, cette personne sera probablement confrontée à de nouveaux problèmes qu'une automatisation - aussi intelligente soit elle- ne saurait résoudre. Pierre Morel a remarquablement automatisé son code, cependant même sur la séquence principale il faut parfois intervenir « à la main », dans la pratique j'ai dû « désautomatiser » certaines choses. Je déconseille donc fortement l'automatisation poussée. J'ajouterais qu'Yveline Lebreton -très habituées aux calculs d'évolutions à petites masses- m'a rapporté un propos d'André Maeder : « un pas de temps cela ne s'automatise pas ! »

Voici mon cheminement :

- Evolution sur la séquence principale jusqu'à $X_c \approx 0.2 - 0.1$:
  - valeur du pas de temps (en pratique toujours égal ici à la valeur du paramètre `dtmax`, le pas de temps maximal autorisé) de 1 (pour 7 $\mathcal{M}_\odot$ par exemple) à 10 millions d'années (pour 3 $\mathcal{M}_\odot$).
  - `d_grav= 0.5` devrait être suffisant pour toutes les valeurs de masse
- Calcul de la « petite boucle bleue » correspondant à la disparition du cœur convectif :
  - `dtmax= 1.` millions d'années ou moins
  - `d_grav= 0.05` cette valeur forcera le programme à réduire son pas de temps si nécessaire
  - paramètre d'arrêt : $\log T_{\rm eff} = 3.8$, on s'arrête au milieu de la brèche de Russell avant de calculer la branche des géantes.
- Ascension de la branche des géantes : tout se passe bien jusqu'au démarrage des réactions de fusion de l'hélium au centre. Une valeur `d_grav= 0.5` est recommandée,

deux cas peuvent se présenter :

  - cet amorçage des réactions 3α se passe bien, à titre préventif on aura fixé comme paramètre d'arrêt $Y_c = 0.8$ afin d'arrêter le calcul juste avant l'excursion vers le bleu.
  - le calcul « tourne en rond » : il faut alors stopper l'évolution « à la main », choisir une valeur de `d_grav` éventuellement plus grande que 0,5 (ce n'est en général pas nécessaire) et reprendre l'évolution à partir du fichier « `nom_de_mon_modele.cohe` » qui est généré automatiquement au démarrage de la fusion de l'hélium. Le pas de temps initial sera pris assez grand (typiquement 0,3 millions d'années) de façon à avoir une assez grande quantité d'énergie nucléaire produite pendant cette durée. J'ai introduit une option permettant la reprise automatique avec un « grand » pas de temps, cela évite les arrêts intempestifs du code mais n'élimine pas complètement le problème : des interventions « à la main » sont toujours nécessaires. Le paramètre d'arrêt sera $Y_c = 0.8$ ce qui place le modèle immédiatement avant son voyage sur la « boucle bleue ».

- Une fois sur la boucle bleue :
  - un arrêt-reprise du calcul d'évolution tous les 0,2 - 0,1 en Y_c
  - un pas de temps maximal de l'ordre du millions d'années
  - `d_grav` égal à 0,5
  - à chaque reprise on augmente la valeur proposée par CESAM pour le premier pas de temps de 10 - 20%
  - on stoppe finalement à $Y_c = 0.001$

B.3 Fabrication d'une séquence principale d'hélium

Les paramètres numériques à utiliser pour faire une séquence principale d'hélium sont assez différents de ceux à prendre pour une évolution plus ordinaire.

1. Fabrication du modèle homogène :
   - On utilise un fichier « `*.hom` » habituel puis on modifie très graduellement la composition chimique afin d'obtenir une convergence pour un modèle homogène avec seulement de l'hélium et des éléments lourds.
2. Evolution sur la séquence principale :
   - on prend un petit pas de temps à partir du modèle homogène, pour fixer les idées : 0,02 million d'année pour 1,6 $\mathcal{M}_\odot$
   - on utilise une atmosphère simplifiée à une couche (sous-programme « `lim_tau1_3` ») pour éviter des problèmes créés par l'opacité lors de la reconstitution de l'atmosphère.
   - on limite l'utilisation des opacités de Los Alamos ([Magee *et al.*, 1995]) aux températures supérieures à 50 millions de kelvins, *i.e.* à partir du démarrage effectif des réactions de fusion de l'hélium au centre de l'étoile.

B.4 Listes des modifications apportées au code original

Je propose ici la liste des modifications apportées au code originel de Pierre Morel. Certaines ont été reprises par lui lors des versions ultérieures.

En premier lieu toutes les routines ont été retouchées afin de rendre le code traduisible en langage `C` à l'aide du programme `GNU`: `f2c`. Ces modifications ont été les suivantes :

- suppression de toutes les tabulations devant les lignes « suites ».
- déplacement des `data` pour lesquels il y avait des déclarations après.
- suppression d'instructions du type « `encode` » (dans `cesam_3.f`) et remplacement par l'équivalent en « `write` »
- suppression des instructions donnant la date et l'heure.

Le code obtenu est très portable et compilable sur Dec Alpha (compilateur Digital Fortran 90 V4.1-270) et PC sous `GNU/Linux` en utilisant le traducteur `f2c` suivi d'une compilation avec le compilateur `C/C++` `gcc`.

Voici les listes des fichiers ayant subi des modifications spécifiques et la nature de ces modifications :

- `cesam_3.f` : devenu `cres.f` :
  - écriture dans le fichier « *.HR » très étendue.
  - écriture dans un fichier « *.ROX » lorsque le critère de Roxburgh est utilisé.
  - utilisation de la routine « `resout_c2` » et « `lit_nl_ceph` »
  - possibilité d'enregistrer un modèle (fichier « `*.rep` ») tous les Δt
- `nrj_nuc.f` : sous-programme d'énergie nucléaire :
  - calcul de la composition chimique initiale
  - taux de réactions nucléaires et dérivées, jacobiens ..
  - tabulation des taux de réaction nucléaire dans un fichier binaire
- `resout_c2` : désautomatisation de certaines paramètres numériques, utilisation de nouveaux paramètres d'arrêt (Y_c, $\log \mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$)
- `cste_ceph.f` : ajout de constantes physiques
- `opal96_tops99_2000.f` : opacités (*cf.* Sect. 4.4)
- `perte_masse.f` : perte de masse par transport (*cf.* Sect. 4.2)
- `etat_eff_dc.f` : pour avoir le paramètre de dégénérescence dans les variables de sortie
- `lim_zc_3.f` :
  - utilisation du critère de Roxburgh (subroutine `int_roxburgh.f`)
  - blocage du cœur convectif (en fait borne supérieure à son extension)

B.5 Données informatiques

Le but poursuivi ici est de donner au lecteur des indications sur la mise en oeuvre pratique du code de structure interne CESAM, ceci lui permettant d'évaluer les moyens nécessaires. Dans le futur ces informations pourront aussi être des éléments de comparaison.

B.5.1 Machines

Après des premières années de sur des machines peu puissantes (*e.g.* PC avec Pentium 100) et un accès réseau problématique, j'ai mis en oeuvre CESAM principalement sur deux machines :

- « `dasgal1.obspm.fr` » appartenant -comme son nom l'indique- au « DASGAL » de l'Observatoire de Paris-Meudon. Cette machine est une Alpha Station DIGITAL 500/500 équipée de :
  - 1 Processeur 21164 a 500 Mhz avec 8Mo de cache
  - 512 Mo de mémoire
  - 2 disques Fast Wide SCSI de 4,3 Go, 3 disques ULTRA WIDE SCSI de 9Go et 1 disque ULTRA WIDE SCSI de 36Go

  sous le système Digital UNIX V4.0E (Rev. 1091).
- « `pc-cpi2.rech.ensc-rennes.fr` » (bureau) « `k11.rennes.fr` » (maison), tous deux sont des PCs dont les répertoires de travail sont image l'un de l'autre (sauvegarde). Les caractéristiques techniques sont les suivantes :
  - « `pc-cpi2.rech.ensc-rennes.fr` » : processeur *Pentium III* cadencé à 500 Mhz, 256 Mo de mémoire vive, deux disques durs totalisant environ 20 Go de mémoire. Le système utilisé est Linux Kernel 2.2.7.
  - « `k11.rennes.fr` » : *Pentium II* cadencé à 350 Mhz, 128 Mo de mémoire vive, deux disques durs totalisant environ 13 Go de mémoire. Le système utilisé est Linux Kernel 2.2.7.

B.5.2 Ressources nécessaires

Temps de calcul

Je vais donner ici des ordres de grandeurs des temps de calcul pour un trajet évolutif, ce n'est pas le temps CPU total mais le temps « effectif » (donc incluant des interventions « à la main ») nécessaire à un calcul :

- « `pc-cpi2.rech.ensc-rennes.fr` » : environ 1 heure (avec une seule évolution en cours
- « `dasgal1.obspm.fr` » : même ordre de grandeur, mais le nombre d'utilisateurs simultanés y est très variable (il y a environ 50 utilisateurs potentiels). J'ai abandonné les calculs sur DASGAL1 : le confort d'utilisation au travers du réseau s'étant très dégradé durant la dernière année de thèse.

Mémoire occupée

- Taille de l'exécutable sur PC/Linux : environ 990 Ko, variable suivant les sous-programmes utilisés, les options de compilation ...

- Taille des tables chargées en mémoire :
  - opacité (fichiers binaires) :
    - « package » OPAL96 écrit par Yveline Lebreton, puis légèrement modifié par moi même pour CESAM 3.2 : 2 Mo
    - « package Los Alamos » créé lors de ce travail : deux tables de 76 Ko et une de 175 Ko.
  - réactions nucléaires (fichiers binaires) : 74 Ko.
- Taille d'un répertoire contenant le résultat d'un calcul d'évolution de la « ZAMS » jusqu'à l'épuisement de l'hélium au centre : environ 8 Mo après l'exécution d'un programme de « ménage » (suppression de fichiers inutiles, compression d'autres)
- Taille total de mon répertoire de travail (donc en incluant tout ce qui est en relation avec mon activité d'enseignement) : environ 4,6 Go.

C

Notations et acronymes

C.1 Notations.

- X : fraction massique d'hydrogène (valeur initiale X_0).
- Y : fraction massique d'hélium (valeur initiale Y_0).
- Z : fraction massique des éléments plus lourds que l'hydrogène et d'hélium (valeur initiale Z_0.
- X_c, Y_c et Z_c : même chose mais au centre de l'étoile.
- T_{eff} : température effective.
- $\mathcal{M}_\odot$, $\mathcal{R}_\odot$, $\mathcal{L}_\odot$: masse, rayon et luminosité solaire.
- H_P : échelle de hauteur de pression (distance sur laquelle on a une variation appréciable de la pression) :

$$\mathrm{H}_P = -\frac{dr}{d\ln P}$$

C.2 Acronymes.

- BB : boucle(s) bleue(s), portion d'un trajet évolutif postérieur au passage sur la branche des géantes.
- C.E.S.A.M. : Code d'Évolution Stellaire Adaptatif et Modulaire.
- ZAMS : Zero Age Main Sequence ou en français « séquence principale d'âge zéro ».
- M.S. : Main Sequence, ou en français « séquence principale »
- S.M.C. : Small Magellanic Cloud, « Petit Nuage de Magellan »
- L.M.C. : Large Magellanic Cloud, « Grand Nuage de Magellan »
- BaSeL : Basel Stellar Library
- M.L.T. : Mixing Length Theory, « théorie de la longueur de mélange »

D

Autres activités

D.1 Participation aux observations du projet EROS

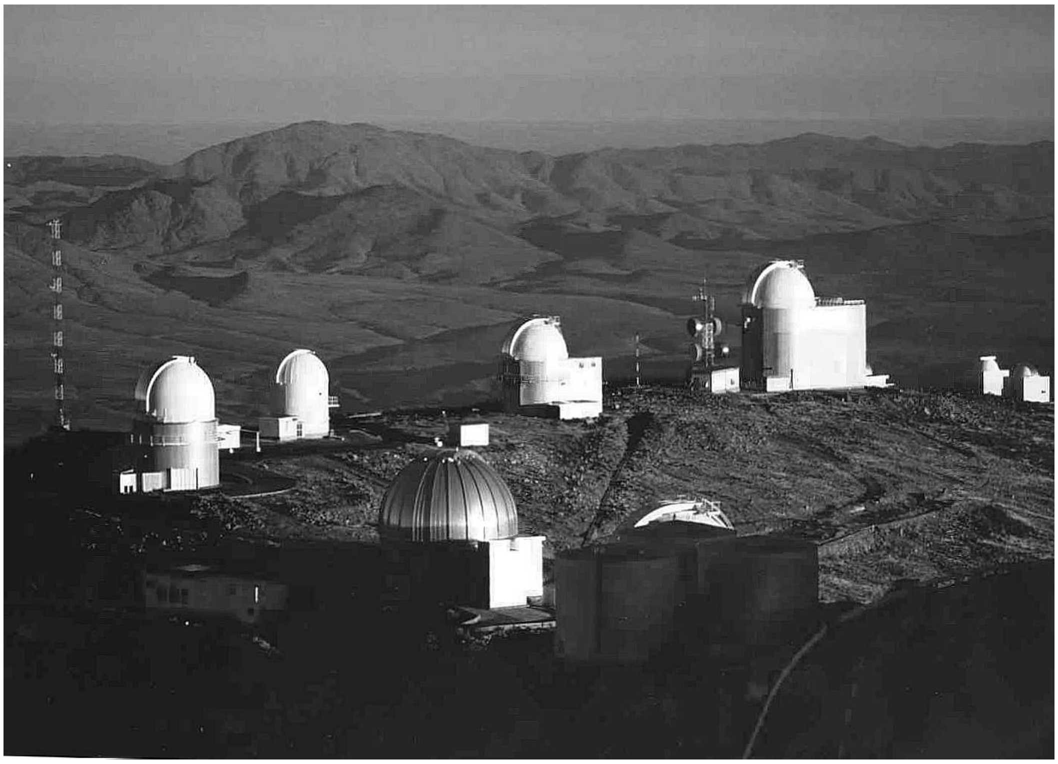


FIG. D.1 – *Vue de l'Observatoire de La Silla (ESO) situé dans le désert d'Atacama au Chili.*

Lors de mes années de thèse j'ai participé aux observations du programme EROS[1], ce projet a pour but principal la détection de « matière noire » sous forme de petits objets sombres (*e.g.* naines brunes) éventuellement présents dans le plan galactique et dans le

1. Expérience de Recherche d'Objets Sombres

halo de la Voie Lactée. La détection repose sur la manifestation de l'effet de microlentille gravitationnelle : lorsqu'un objet du halo passe devant une étoile plus lointaine appartenant par exemple au SMC il se produit une amplification de la luminosité durant quelques jours, et dont la courbe de lumière est caractéristique du phénomène (forme et achromaticité). La quantité de tels évènements est de l'ordre de cinq par an vers le LMC et le SMC (pour un état de l'art on pourra consulter : [Lasserre *et al.*, 2000]). Le principe des observations est de faire des clichés réguliers de millions d'étoiles vers le centre galactique et vers le Petit et le Grand Nuage de Magellan.

Ce type de recherches n'est pas étranger à mon travail, en effet à l'occasion de ce genre d'expérience un grand nombre d'étoiles variables (dont des céphéides) sont détectées.

L'instrument mis en oeuvre pour les observations EROS est un télescope de 1 mètre de diamètre (MARLY) sur le site de La Silla au Chili (*cf.* Fig. D.1), chaque nuit où les conditions météorologiques le permettent des clichés sont pris pour un volume de environ une dizaine de giga-octets. Chaque champ est photographié au travers de deux filtres (de bandes passantes très larges, non-standard), grâce à deux mosaïques de 8 CCD 2048×2048 pixels chacun. Les données sont réduites (division par les « flats-fields », « décosmicage ») sur place pendant la journée et ensuite envoyées en France pour la recherche des phénomènes variables.

J'ai participé à trois reprises aux observations pour un total de 42 nuits. Lors de ma dernière mission j'ai eu la chance de pouvoir suivre l'évènement « EROS2000-BLG-5 » : un effet de microlentille vers le centre galactique. Il existe plusieurs expériences du type d'EROS : MOA, DUO, ... et OGLE dont j'ai utilisé les données dans cette thèse.

D.2 Installation d'un serveur *BaSel*

En février 2000, lors de la visite de Thibault Lejeune nous avons installé un « serveur *BaSel* » sur ma machine à Rennes : `pc-cpi2.rech.ensc-rennes.fr` (*cf.* Annexe B pour les caractéristiques techniques). *BaSel* (*cf.* [Lastennet *et al.*, 1999]) est une bibliothèque de modèles d'atmosphère permettant de traduire des données théoriques ($\log T_{\rm eff}$, $\log \mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$) en quantités observables : magnitudes B, V, R, ... et couleurs. Une notice explicative est accessible via le serveur web (apache) à l'URL :

`http://www.physique.ensc-rennes.fr/basel/`

Chaque utilisateur de la machine à accès à *BaSel* au travers d'une interface en ligne : commande `convhrd`. Le temps de calcul pour environ 1000 modèles (un trajet évolutif assez « lourd ») est de l'ordre de 1 minute lorsque la machine est assez peu chargée (ce qui est le cas pendant 90 % du temps). Thibault Lejeune est en train de développer une interface « CGI[2] » autorisant une utilisation complète au travers du Web.

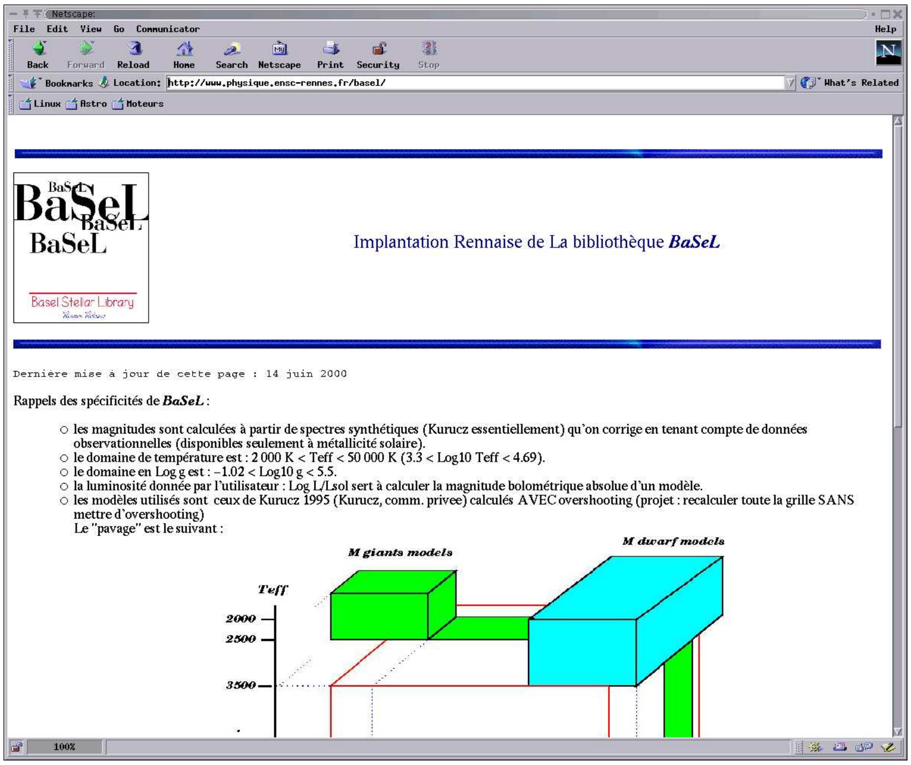


FIG. D.2 – *La page Web de BaSel à Rennes.*

2. Common Gateway Interface

Table des figures

1 Exemple d'un diagramme de Hertzsprung-Russell en ordonnée on a la magnitude I, en abscisse l'indice de couleur (V-I). Les points sont les points représentatifs d'un échantillon d'étoiles du Petit Nuage de Magellan. Les petits cercles correspondent aux étoiles « céphéides » du Nuage en question, étudiées dans cette thèse. La ligne est un « trajet évolutif » (4 $\mathcal{M}_\odot$) : c'est un résultat théorique, chaque point de cette ligne correspond à un instant donné de la « vie » de l'étoile. Celle-ci « naît » en A et l'hélium est épuisé en son centre lorsqu'elle atteint D. La portion AB est la séquence principale, l'étoile y brûle son hydrogène au centre. La partie CD est ce qu'on appelle « boucle bleue », elle traverse la région où se trouvent les céphéides. xiv

3.1 Schéma global d'intégration mis en oeuvre par le code de structure interne CESAM. 22

3.2 La limite du domaine de validité de l'équation d'état EFF est indiquée en trait-point. Les couples ($\log \rho_c$, $\log T_c$) (l'indice c désigne les valeurs au centre) de deux trajets évolutifs (2,5 et 5,0 $\mathcal{M}_\odot$) ont été reportés (lignes pleines) : ils restent bien dans le domaine où EFF est valable. 26

4.1 Abondances des éléments lourds suivant [Grevesse and Noels, 1993] en fonction du numéro atomique, on a pris $Z_0 = 1$. 33

5.1 Diagramme HR (α) et $\log \mathcal{R}/\mathcal{R}_\odot$ en fonction de $\log T_{eff}$ (β). 42

5.2 Modèles d'étoiles de B à E correspondant aux étoiles de la Fig. 5.1. 43

5.3 Modèles d'étoiles de F à I correspondant aux étoiles de la Fig. 5.1. 44

6.1 Trait continu : fraction massique X d'hydrogène en fonction de $m/M_\star$ à la fin de la séquence principale (définie par $X_c = 0.001$), trait discontinu : idem mais juste au moment où la combustion de He débute au centre de l'étoile. Dans le bas de la courbe on remarque que la combustion de H en couche pendant les 380 000 années qui séparent les deux modèles a fait son effet. Dans la partie haute on note la trace de la pénétration de la couche convective externe durant le « dredge up ». Les caractéristiques du modèle sont : $\mathcal{M} = 6\mathcal{M}_\odot$, $Z_0 = 0.02$, $Y_0 = 0.283$, overshooting : $\alpha_{ov} = 0.2Hp$. . . . 48

6.2 Schématisation du profil en X d'une étoile. X est la fraction massique d'hydrogène, m la masse contenue dans une sphère de rayon r (variable langrangienne). 49

6.3 figBL2 50

6.4 figBL3 52

6.5 Du côté « chaud » de ce diagramme HR : une séquence principale d'une étoile de composition chimique initiale $Y_0 = 0.98$ et $Z_0 = 0.02$ (donc composée d'hélium (98 %) le reste étant des éléments plus lourds. Du côté « froid » : deux évolutions pour 5,0 $\mathcal{M}_\odot$ et 5,5 $\mathcal{M}_\odot$, le cœur d'hélium de ces étoiles après leurs séquences principales a une masse de environ 1,6 $\mathcal{M}_\odot$. Les triangles indiquent le moment où la fusion de He démarre. 54

6.6 (a)Trait-point : évolution à 3 $\mathcal{M}_\odot$, Z_0 = 0,004 et overshooting 0,2 Hp. Trait continu : la même chose mais en multipliant les taux de réaction de la chaîne 3α par un coefficient 2. (b)Idem mais on divise par deux les taux des réactions nucléaires de CNO à partir de l'endroit indiqué par la flèche. 55

7.1 (a) Trajets évolutifs pour la Galaxie issus de mon travail, les valeurs des masses sont 3, 4, 5, 6 et 7 $\mathcal{M}_\odot$; la métallicité vaut $Z_0 = 0.02$. (b)Trajets évolutifs le travail du groupe Genève ([Charbonnel *et al.*, 1993], tiret-point-tiret) et ceux que j'ai calculé (trait plein). Les masses sont les suivantes : 3, 4, 5 et 7 $\mathcal{M}_\odot$; les compositions chimiques sont pour Genève $Y_0 = 0.252$, $Z_0 = 0.004$ et pour ce travail $Y_0 = 0.251$, $Z_0 = 0.004$. L'overshooting est de 0.2 H_p sur la séquence principale et 0.0 H_p pendant la combustion de He au centre, Genève n'indique pas explicitement comment le cœur convectif a été traité durant cette phase. On notera la présence à 4 $\mathcal{M}_\odot$ d'une « double boucle », on reviendra dans la suite sur la raison d'une telle curiosité. . . . 58

7.2 Trajets évolutifs de [Bono *et al.*, 2000], le raccourcissement de la boucle bleue vers 5 $\mathcal{M}_\odot$ semble dépendre légèrement de la valeur de la fraction massique initiale en hélium. Ces trajets sont globalement comparables à ceux de Genève et aux miens pour le problème qui nous intèresse, ils ne sont pas identiques car ils ont été calculés sans overshooting. 59

7.3 (a, gauche)Tracés dans le plan ($\log T_c$, $\log \rho_c$) de quatre modèles d'évolution de masses respectives 3 $\mathcal{M}_\odot$, 4 $\mathcal{M}_\odot$, 5 $\mathcal{M}_\odot$ et 7 $\mathcal{M}_\odot$. La composition chimique est $Y_0 = 0.251$, $Z_0 = 0.004$, l'overshooting vaut 0.2 H_P. La « ZAMS » se trouve du côté des labels des masses. (b, droite) Opacité dans un domaine de température et de densité couvrant le domaine exploré par les cœurs d'étoiles sur la séquence principale du SMC. 61

7.4 (a, gauche)Tracés de ($\log T$, $\log \rho$) prises au fond de la zone convective externe pour quatre modèles d'évolution de masses 3.5 $\mathcal{M}_\odot$, 4.0 $\mathcal{M}_\odot$, 4.6 $\mathcal{M}_\odot$ et 5.0 $\mathcal{M}_\odot$. La composition chimique est $Y = 0.251$, $Z = 0.004$, l'overshooting vaut 0.2 H_P (sur le cœur convectif qui est inexistant lors de cette phase. (b, droite) tracé de l'opacité κ pour le domaine de ($\log T$, $\log \rho$) au fond de la zone convective externe déterminé à l'aide de la Fig. 7.4(a). . 62

7.5 Position en $m/M_\star$ du fond de la zone convective externe en fonction de $\log T_{\rm eff}$ pour quatre modèles d'évolution sur la branche des géantes. Les masses respectives sont 3.5 $\mathcal{M}_\odot$, 4.0 $\mathcal{M}_\odot$, 4.6 $\mathcal{M}_\odot$ et 5.0 $\mathcal{M}_\odot$. La composition chimique est $Y = 0.251$, $Z = 0.004$, l'overshooting vaut 0.2 $\mathrm{H_P}$. . . . 63

7.6 Trajets évolutifs pour 4, 5 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ (a) et l'opacité au centre κ_c (b) pour les mêmes trajets (4 $\mathcal{M}_\odot$: trait-tiret, 4$\mathcal{M}_\odot$: trait plein et 7 $\mathcal{M}_\odot$: pointillés). 64

7.7 Test pour 4 $\mathcal{M}_\odot$ à $Z_0 = 0.02$, trait-point : composition chimique « classique » *i.e.* abondance de [Grevesse and Noels, 1993]. Ligne continue : diminution d'un facteur quatre des fractions massiques de C, N et O. 65

7.8 Valeur moyenne du logarithme de la température dans la couche brûlant de l'hydrogène via le cycle CNO, ceci lorsque l'étoile est en dehors de la séquence principale. La variable en abscisse est la température effective (en logarithme). L'effet « dent de scie » est uniquement un artefact numérique ne portant pas à conséquence. 66

7.9 On a dessiné sur cette figure $\log \epsilon_{cno}$ en fonction de $\log T$ et $\log \rho$ pour un domaine typique de ce qu'on rencontre au cœur des étoiles de masses intermédiaires et dans leurs couches brûlant de l'hydrogène (stades « post-séquence principale »). 67

7.10 Tracés évolutifs avec les masses 4.0 $\mathcal{M}_\odot$, 4.6 $\mathcal{M}_\odot$ et 5.0 $\mathcal{M}_\odot$, la composition chimique est $Y = 0.251$, $Z = 0.004$, l'overshooting vaut 0.2 Hp sur les séquences principales et les boucles bleues. Dans la modélisation de la combustion nucléaire de l'hélium seule les réactions 3α ont été prises en compte, les réactions comme ${}^{12}C(\alpha,\gamma){}^{16}O$ ont été négligées. Seules les parties des trajets correspondant à la combustion de He ont été conservées par souci de clarté. 68

7.11 Contributions relatives (en pourcentages) de CNO et 3α à la production d'énergie nucléaire en fonction de l'âge (en millions d'années). CNO est en trait continu, 3α en trait-point. On a trois valeurs de la masse : 3,0 ; 3,5 ; 4,6 (avorton) et 7,0 $\mathcal{M}_\odot$. Les flèches indiquent une caractéristique absente dans le cas de la boucle bleue naine. 69

7.12 Evolution de la fraction massique d'hydrogène dans la couche brûlant de l'hydrogène, au cours d'une boucle bleue pour 2 masses : 4,6 $\mathcal{M}_\odot$ (où il y a « nanisme ») et 3,5 $\mathcal{M}_\odot$ (absence de « nanisme »). Pour cette dernière la couche de combustion « CNO » continue à progresser vers l'extérieur pour atteindre la zone chimiquement homogène, ce processus est interrompu pour 4,6 $\mathcal{M}_\odot$ 70

7.13 Evolutions stellaires pour 4, 5 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan (0,2 $\mathrm{H_p}$ d'overshoot sur la MS et 0,0 sur la boucle bleue). La droite D_2 rejoint les extrémités des branches des géantes, D_1 lui est parallèle et indique l'extension maximale atteinte par le modèle à 5 $\mathcal{M}_\odot$ et les stades équivalents sur les autres trajets. 71

7.14 Evolutions stellaires pour 4 (trait-point), 5 (trait plein) et 7 (pointillés) $\mathcal{M}_\odot$ pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan (0,2 $\mathrm{H_p}$ d'overshooting sur la séquence principale et 0,0 sur la boucle bleue). Y_c est la fraction massique d'hélium au centre. La flèche indique le sens de l'évolution. Les droites D_4, D_5 et D_7 sont les tangentes aux portions de courbe correspondant à la partie de la boucle bleu où l'étoile va de la branche des géantes vers le bleu. 72

7.15 Evolutions stellaires pour 4 (trait-point), 5 (trait plein) et 7 $\mathcal{M}_\odot$ (pointillés) pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan (0,2 $\mathrm{H_P}$ d'overshoot sur la séquence principale et 0,0 sur la boucle bleue). $m/\mathcal{M}_\star$ est la limite du cœur convectif en coordonnée lagrangienne, en abscisse on a porté la température effective (échelle logarithmique). La flèche montre le sens de l'évolution. Le cercle indique pour le trajet à 5 $\mathcal{M}_\odot$ la région correspondant è l'extrémité de la boucle bleue « avorton ». 73

7.16 Evolutions stellaires de 4, 5 et 7 $\mathcal{M}_\odot$ pour une composition chimique typique du Petit Nuage de Magellan. Toutes les évolutions représentées en trait plein ont été construites avec un overshooting de 0,2 $\mathrm{H_P}$ sur la séquence principale **et** durant la boucle bleue. L'évolution « avorton » à 5 $\mathcal{M}_\odot$ a été indiquée en trait-point, son calcul a été mené avec un overshooting de 0,2 $\mathrm{H_P}$ sur la séquence principale et 0,0 $\mathrm{H_P}$ sur la boucle bleue. 74

8.1 Trajet évolutif de 4 $\mathcal{M}_\odot$, la composition chimique est $Y = 0.251$, $Z = 0.004$. L'overshooting vaut 0.2 Hp sur la séquence principale et 0.0 Hp pendant la combustion de He au centre. 76

8.2 Trajet évolutif de 4 $\mathcal{M}_\odot$, on représente la fraction massique d'hélium au centre de l'étoile Y_c. La composition chimique initiale est $Y = 0.251$, $Z = 0.004$. L'overshooting vaut 0.2 Hp sur la séquence principale et 0.0 Hp pendant la combustion de He au centre. 77

8.3 Fractions massiques d'hydrogène X (trait plein), d'hélium Y (point-tiret) et des éléments lourds Z (pointillé) en fonction de $m/M_\star$ pour une étoile de 2.8 $\mathcal{M}_\odot$ de composition chimique initiale correspondant à celle du SMC. L'âge vaut 336.6 millions d'années, sur le diagramme HR l'objet se trouve sur la boucle bleue. 78

8.4 Deux boucles bleues calculées pour la même masse mais pas avec les mêmes pas de temps. En bas on a représenté les variations correspondantes en fraction massique d'hélium. Pour les deux boucles le « bruit » numérique est visible au début de la boucle et à son extrémité. 79

A.1 125

B.1 Illustration d'un problème numérique lié à la luminosité au moment du démarrage de la fusion de He au centre d'une étoile sur la branche des géantes. Juste en dessous de la zone où l'hydrogène est consommé par le cycle CNO (indiquée par ϵ_{cno}) on constate un forte décroissance de log $\mathcal{L}/\mathcal{L}_\odot$ pour seulement quelques points. Cette décroissance est bien couplée à des valeurs négatives pour ϵ_{grav} le taux de production d'énergie gravitationnelle. 131

D.1 Vue de l'Observatoire de La Silla (ESO) situé dans le désert d'Atacama au Chili. 139

D.2 La page Web de *BaSel* à Rennes. 141

Bibliographie

[Alexander and Ferguson, 1994] D.R. Alexander and J.W. Ferguson. *ApJ*, 437 :879, 1994.

[Alibert *et al.*, 1999] Y. Alibert, I. Baraffe, P. Hauschildt, and F. Allard. *A&A*, 344 :551, 1999.

[Andreasen, 1988] G.K. Andreasen. *A&A*, 191 :71, 1988.

[Baade, 1926] W. Baade. *Astr. Nachr.*, 228 :359, 1926.

[Becker and Cox, 1982] S.A. Becker and A.N. Cox. *ApJ Suppl.*, 31 :271, 1982.

[Becker, 1985] S.A. Becker. *Cepheids : Theory and Observations.* Ed. B.F. Madore, Cambridge University Press, 1985.

[Bertelli *et al.*, 1994] G. Bertelli, A. Bressan, C. Chiosi, F. Fagatto, and E. Nasi. *A&AS*, 106 :275, 1994.

[Böhm-Vitense, 1958] E. Böhm-Vitense. *Zs. f. Ap.*, 46 :135, 1958.

[Biermann, 1951] L. Biermann. *Z. Astrophys.*, 28 :304, 1951.

[Bono *et al.*, 2000] G. Bono, F. Caputo, S. Cassisi, M. Marconi, L. Piersanti, and A. Tornambè. *ApJ*, 543 :955–971, 2000.

[Buchler *et al.*, 1996] J.R. Buchler, Z. Kollath, and M.J. Goupil. Do the magellanic cepheids pose a new puzzle? *ApJ*, 462 :L83, 1996.

[Buchler, 1990] J.R. Buchler. Nonlinear astrophysical fluid dynamics. *Annuals of New York Academy of Sciences*, 117 :17, 1990.

[Cameron, 1976] A.G.W Cameron. *Space Sci. Rev.*, 15 :121, 1976.

[Caughlan and Fowler, 1988] G.R. Caughlan and W.A. Fowler. *Atomic Data Nuc. Data Tables*, 40 :283, 1988.

[Caughlan *et al.*, 1985] G.R. Caughlan, W.A. Fowler, M.J. Harris, and B.A. Zimmerman. *Atomic Data Nuc. Data Tables*, 32 :197, 1985.

[Charbonnel *et al.*, 1993] C. Charbonnel, G. Meynet, A. Maeder, and D. Schaerer. *A&AS*, 101 :415, 1993.

[Chatelier and Paméla, 1997] M. Chatelier and J. Paméla. Un mythe pour le xxie siècle. la fusion nucléaire : Des premiers tokamaks au projet iter. *La Recherche*, 299 :61, 1997.

[Chiosi, 1990] C. Chiosi. In Ed. E.G. Schmidt, editor, *IAU Symp. 111, The use of pulsating Stars as fundamental Problems of Astronomy*, 1990.

[Christy, 1966] R.F. Christy. *ApJ*, 144 :108, 1966.

[Clayton, 1968] D.D. Clayton. *Principles of Stellar Structure and Nucleosynthesis.* New York : Mc Graw-Hill, 1968.

[Cox and Giuli, 1968] J.P. Cox and R.T. Giuli. *Principles of Stellar Structure.* Ed. Gordon and Breach Science Publishers, NY 1968, 1968.

[Cox and Tabor, 1976] A.N. Cox and J.E. Tabor. *ApJ*, 260 :707, 1976.

[Cox, 1980] J.P. Cox. *Theory of stellar pulsation.* Ed. J.P. Ostriker, Princeton University Press, Princeton. New Jersey, 1980.

[Descouvemont, 1989] P. Descouvemont. 1989. Dissertation d'Agrégation Université Libre de Bruxelles.

[Deupree, 1998] R.G. Deupree. *ApJ*, 499 :340, 1998.

[Eggleton *et al.*, 1973] P.P. Eggleton, J. Faulkner, and B.P. Flannery. *A&A*, 23 :325, 1973.

[Endal and Sofia, 1976] H.S. Endal and S. Sofia. *ApJ*, 210 :184, 1976.

[Evans *et al.*, 1998] N. Evans, E. Böhm-Vitense, K. Carpenter, B. Beck-Winchatz, and R. Robinson. *ApJ*, 494 :768, 1998.

[Fry and Carney, 1997] A.M. Fry and B.W. Carney. *ApJ*, 113 :1073, 1997.

[Grevesse and Noels, 1993] N. Grevesse and A. Noels. *In : Origin and Evolution of the Elements.* Cambridge University Press, Cambrigge, 1993. (GN'93).

[Hansen and Kawaler, 1994] C.J. Hansen and S.D. Kawaler. *Stellar Interiors.* Springer-Verlag, 1994.

[Henyey *et al.*, 1964] L.G. Henyey, J.E. Forbes, and N.L. Gould. *ApJ*, 139 :306, 1964.

[Huebner *et al.*, 1977] W.F. Huebner, A.L. Merts, N.H. Magee, and M.F. Argo. *Los Alamos Sci. Rep. LA-6760-M*, 1977.

[Iben, 1975] I. Iben. *ApJ*, 196 :515, 1975.

[Iglesias and Rogers, 1991] C.A. Iglesias and F.J. Rogers. *ApJ*, 371 :L73, 1991. (OPAL 91).

[Iglesias and Rogers, 1996] C.Ã. Iglesias and F.J̃. Rogers. *ApJ*, 464 :943, 1996. (OPAL 96).

[Izotov *et al.*, 1997] Y.I. Izotov, T.X. Thuan, and V.A. Lipovetsky. *ApJS*, 108 :1, 1997.

[Jager *et al.*, 1988] C. Jager, H. Nieuwenhuijzen, and K.A. Van der Hucht. *A&AS*, 72 :259, 1988.

[Johnson and Whitaker, 1975] Johnson and Whitaker. *MNRAS*, 173 :523, 1975.

[Kettner *et al.*, 1982] K.U. Kettner, H.W. Becker, L. Buchmann, J. Görres, H. Kräwinkel, C. Rolfs, P. Schmalbrock, H.P. Trautvetter, and A. Vlieks. *Z. Phys.*, A308 :73, 1982.

[Kippenhahn and Weigert, 1990] R. Kippenhahn and A. Weigert. *Stellar Structure and Evolution.* Springer-Verlag, 1990.

[Kopal, 1959] Z. Kopal. *Close Binary Systems.* Ed. Chapman and Hall, London, 1959. The International Astro. Series.

[Kudritzki *et al.*, 1987] R.P. Kudritzki, A. Pauldrach, and J. Puls. *A&A*, 173 :293, 1987.

[Kudritzki *et al.*, 1989] R.P. Kudritzki, A. Pauldrach, J. Puls, and D.C. Abbott. *A&A*, 219 :205, 1989.

[Landau and Lifschitz, 1989] L.D. Landau and E.M. Lifschitz. *Mécanique des fluides, Vol. 6, of Physique théorique.* Editions Mir, Moscou, 1989.

[Landré *et al.*, 1990] V. Landré, N. Prantzos, P. Aguer, G. Bogaert, A. Lefebvre, and J.P. Thibaud. *A&A*, 240 :85, 1990.

[Lasserre *et al.*, 2000] T. Lasserre, EROS, and Collaboration. *A&A*, 355 :L39, 2000.

[Lastennet *et al.*, 1999] E. Lastennet, T. Lejeune, P. Westera, and R. Buser. *ApSS*, 265 :263–264, 1999.

[Lauterborn *et al.*, 1971a] D. Lauterborn, S. Refsdal, and A. Weigert. *A&A*, 10 :97, 1971.

[Lauterborn *et al.*, 1971b] D. Lauterborn, S. Refsdal, and A. Weigert. *A&A*, 13 :119, 1971.

[Lydon *et al.*, 1993] T.J. Lydon, P.A. Fox, and S. Sofia. *ApJ*, 413 :390–400, 1993.

[Maeder, 1983] A. Maeder. *A&A*, 120 :113, 1983.

[Maeder, 1990] A. Maeder. *A&A Suppl. Ser.*, 84 :139–177, 1990.

[Magee *et al.*, 1995] N.H. Magee, J. Abdallah Jr., and R.E.H. Clark. In S.J. Adelman and W.L. Wiese, editors, *Atomic Structure Calculations and New Los Alamos Astrophysical Opacities*, volume 78, page 51. Astronomical Society of the Pacific Conference Series (Astrophysical Applications of Powerful New Database), 1995.

[Matraka and Wassermann, 1982] B. Matraka and C. Wassermann. *A&A*, 107 :283M, 1982.

[Mihalas, 1978] D. Mihalas. *Stellar Atmospheres, 2d Edition.* 1978.

[Morel, 1997] P. Morel. *A&AS*, 124 :597, 1997.

[Moskalik *et al.*, 1992] P. Moskalik, J.R. Buchler, and A. Marom. *ApJ*, 385 :685–693, 1992.

[Nieuwenhuijzen and de Jager, 1990] H. Nieuwenhuijzen and C. de Jager. *A&A*, 231 :134, 1990.

[Payne and Gaposchkin, 1974] Payne and Gaposchkin. *Smithsionian Centr. Ap.*, 16 :1, 1974.

[Petersen, 1973] J.O. Petersen. *A&A*, 27 :89, 1973.

[Petersen, 1990] J.O. Petersen. *A&A*, 238 :160, 1990.

[Plaga *et al.*, 1987] R. Plaga, H.W. Becker, C. Rolfs, and H.P. Trautvetter. *Nuclear Phys.*, A465 :291, 1987.

[Prandtl, 1952] L. Prandtl. *Essentials of Fluid Dynamics.* London : Blakie, 1952.

[Redder *et al.*, 1987] A. Redder, H.W. Becker, C. Rolfs, and H.P. Trautvetter. *Nuclear Phys.*, A462 :385, 1987.

[Reeves, 1974] H. Reeves. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 12 :437, 1974.

[Roxburgh, 1978] I.W. Roxburgh. *A&A*, 65 :281, 1978.

[Roxburgh, 1989] I.W. Roxburgh. *A&A*, 211 :361, 1989.

[Saumon and Chabrier, 1995] D. Saumon and G. Chabrier. *ApJ*, 99 :713S, 1995.

[Schaller *et al.*, 1992] G. Schaller, D. Schaerer, G. Meynet, and A. Maeder. *A&AS*, 96 :269, 1992.

[Schatzman, 1962] E. Schatzman. *Ann. Astrophys.*, 25 :18, 1962.

[Seaton *et al.*, 1994] MJ Seaton, Y. Yan, D. Mihalas, and AK Pradhan. *MNRAS*, 266 :805, 1994.

[Simon, 1982] N.R. Simon. *ApJL*, 260 :L87, 1982.

[Sobolev, 1990] V. Sobolev. *Cours d'astrophysique théorique.* Édition Mir, Moscou, 1990. Trad. Valentin Polonski, 1990.

[Stobie, 1969a] R.S. Stobie. *MNRAS*, 144 :461, 1969.

[Stobie, 1969b] R.S. Stobie. *MNRAS*, 144 :485, 1969.

[Stobie, 1969c] R.S. Stobie. *MNRAS*, 144 :511, 1969.

[Talon *et al.*, 1997] S. Talon, J.-P. Zahn, A. Maeder, and G. Meynet. *A&A*, 322 :209, 1997.

[Thielemann *et al.*, 1990] F.K. Thielemann, M. Hashimoto, and K. Nomoto. *ApJ*, 349 :222, 1990.

[Udalski *et al.*, 1999] A. Udalski, I. Soszynski, M. Szymanski, M. Kubiak, G. Pietrzynski, P. Wozniak, and K. Zebrun. *AcA*, 49 :1, 1999.

[van Genderen, 1969] A.M. van Genderen. *Bull. Astr. Inst. Netherlands Suppl.*, 3 :221, 1969.

[Vitense, 1953] E. Vitense. *Zs. f. Ap.*, 32 :135, 1953.

[W.A. Fowler, 1975] B.A. Zimmerman W.A. Fowler, G.R. Caughlan. *ARA&A*, 13 :69, 1975.

[Wannier, 1980] P.G. Wannier. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 18 :399, 1980.

[Weigert and Huang, 1983] A. Weigert and R.Q. Huang. *A&A*, 127 :309, 1983.

[Wesselink, 1946] A.J. Wesselink. *B.A.N*, 10 :91, 1946.

[Wesselink, 1947] A.J. Wesselink. *B.A.N*, 10 :251, 1947.

Résumé

Mots-clés: Étoiles, physique, évolution, céphéides, oscillation.

Les céphéides sont des étoiles oscillantes et de ce fait un puissant moyen de diagnostic pour la physique des intérieurs stellaires. Depuis plusieurs décennies elles ont posé un ensemble de problèmes regardant la théorie de l'évolution comme celle des oscillations stellaires. Les nouvelles données OGLE 2 du Petit Nuage de Magellan ont mis en évidence un désaccord flagrant avec les calculs d'évolutions. Je me suis donc attaché à résoudre ce problème en m'intéressant d'abord à la question de « l'overshooting » sur le cœur convectif des étoiles de masse intermédiaire. Je montre que cet « overshooting » dépend de la composition chimique.

Après avoir passé en revue l'influence de différents paramètres physiques sur l'extension des boucles bleues à basse métallicité, je supprime le désaccord entre observations et modèles en prenant soigneusement en compte le détail de la composition chimique.

Les propriétés des céphéides galactiques sont globalement comprises depuis plusieurs années. Cependant, avec les récentes observations spatiales menés depuis le HST et IUE, les contraintes ont pu être augmentées pour quelques systèmes. Parmi ceux-ci : la céphéide double-mode Y Carinae. Dans ce travail, je propose la première modélisation complète de Y Car qui satisfait toutes ces contraintes du point de vue de la théorie de l'évolution. Les deux périodes sont calculées, mais l'accord entre le rapport de périodes théorique et la valeur observée reste à améliorer. Résoudre ce problème conduira à améliorer la physique stellaire.

Abstract

Keywords: Stars, physics, evolution, cepheids, pulsation.

Cepheids are pulsating stars hence they provide a very powerful diagnostic tool for probing stellar interiors. For several decades, they have given rise to a number of questions about the theory of evolution as well as stellar oscillations. The advent of massive microlensing experiments (EROS, OGLE, ...) of Magellanic Clouds have emphasized evolutionary and pulsation calculation for cepheids stars. The overshooting of the convective core plays an important role bringing the models towards blue loops stages, therefore I have developed an original method to determine the overshooting amount on convective core of SMC main sequence stars. I show that the overshooting amount is likely dependent on the chemical composition of stellar medium.

I first investigate the influence of several physical parameters on the evolution of low metallic cepheids. I show that the discrepancy disappears when the details of chemical composition are properly taken into account. I finally investigate the evolutionary properties of galactic cepheids. Although the pulsations of these stars are quite well known, the recent space observations with HST and IUE have provided new constraints for a few binary systems. The double-mode cepheid Y Carinae belongs to one of them. Here I propose the first fully satisfying modeling of both this star an its companion. On the other hand the resulting linear period ratio confirms the existence of shortcoming. Thus this system offers a new opportunity to signal us an subsisting imperfection of physical description.

VU : VU :

Le Directeur de Thèse Le Responsable de l'École Doctorale

VU pour autorisation de soutenance

Rennes, le

Le Président de l'Université de Rennes 1

Patrick NAVATTE

VU après soutenance pour autorisation de publication :

Le Président de Jury,