

1 Introduction

L'avènement de l'informatique dans la deuxième partie du XX^e siècle et la puissance toujours grandissante des ordinateurs ont permis –entre autres choses– de simuler des phénomènes physiques. Jusqu'alors la résolution d'un ensemble d'équations régissant un problème se faisait à l'aide du seul cerveau humain, dont la puissance de calcul est très limitée. Aujourd'hui il existe des méthodes classiques de résolution numérique des équations différentielles (on remplace les dérivées par des différences finies) qui peuvent être mises en œuvre aussi bien sur des PCs que sur un supercalculateur.

Le champ des applications est immense : prévisions météorologiques, aéronautique (le comportement général d'un nouvel appareil peut être décrit sans le construire), armes nucléaires, physique stellaire, vols spatiaux, prédictions des propriétés de nouveaux matériaux, etc.

Ici les simulations vont permettre de faire ce qui est expérimentalement impossible : visualiser le comportement des champs (\vec{E} , \vec{B}) d'une onde électromagnétique.

2 Ondes électromagnétiques

Le programme de simulation traite le cas d'une onde électromagnétique plane dont le vecteur champ électrique peut s'écrire :

$$\begin{aligned} E_x &= a_1 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \\ E_y &= a_2 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \delta) \\ E_z &= 0 \end{aligned}$$

On introduit quatre paramètres destinés à caractériser l'état de **polarisation** de l'onde, ce sont les *paramètres de Stokes* définis ainsi :

$$\begin{aligned} s_0 &= a_1^2 + a_2^2 \\ s_1 &= a_1^2 - a_2^2 \\ s_2 &= 2a_1 a_2 \cos(\delta) \\ s_3 &= 2a_1 a_2 \sin(\delta) \end{aligned}$$

Remarque : ces paramètres ne sont pas indépendants, en effet :

$$s_0^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$$

L'onde se propage initialement dans le vide, on peut cependant changer les propriétés du «demi-espace» situé à $z > 0$. Les modifications sont apportées en faisant varier les valeurs de ϵ , μ et σ respectivement **permittivité relative**, **perméabilité relative** et **conductivité**. Dans le cas du vide on a :

$$\epsilon = 1$$

$$\mu = 1$$

$$\sigma = 0$$

EX 1.1 *Les paramètres de Stokes*

Dans cet exercice la valeur de s_0 est fixée à 1, les paramètres vérifiant $s_0^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$. Déterminer¹ des valeurs du triplet (s_1, s_2, s_3) afin d'obtenir :

1. une polarisation rectiligne dans la direction de Ox
2. une polarisation rectiligne dans la direction de Oy
3. une polarisation rectiligne à 45° de Ox
4. une polarisation **circulaire droite**
5. une polarisation **circulaire gauche**
6. une polarisation elliptique avec un demi-grand axe double du petit axe.

Remarque : pour changer les valeurs de (s_1, s_2, s_3) : **F10** **CHANGE** **STOKES PARAMETERS**.

EX 1.2 *Déphasage de \vec{E} et \vec{B}*

1. Examinez la relation de phase entre \vec{E} et \vec{B} pour une onde plane polarisée rectilignement ($s_3 = 0$).
2. Montrez que les équations de Maxwell imposent à \vec{E} et \vec{B} d'être en phase.
3. Regardez dans la direction de Ox puis dans celle de Oy , une onde polarisée circulairement ($s_1 = s_2 = 0, s_3 = 1$). Constatez que \vec{E} et \vec{B} sont bien à 90° l'un de l'autre, vérifiez que cela est cohérent avec les équations de Maxwell.

Remarque : **F3** pour ralentir l'animation.

EX 1.3 *Vitesse des ondes électromagnétiques dans la matière*

La vitesse (de phase) d'une onde monochromatique est :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \lambda f$$

On va mesurer cette vitesse dans un matériau isolant (c'est-à-dire avec une conductivité $\sigma = 0$) en faisant varier les valeurs de ϵ et μ .

Voici la méthode «expérimentale» proposée :

- utilisez une onde polarisée rectilignement (1, 1, 0, 0)
- grâce aux touches     faites coïncider le plan où se trouve \vec{E} et le plan de l'écran de l'ordinateur.
- avec une règle mesurez λ dans le «matériau» sur l'écran, pour cela faites évoluer l'onde «pas-à-pas» avec la touche **F4**. λ sera donc exprimée dans une unité arbitraire. On rappelle que λ est la **période spatiale** de l'onde.

¹Sans essayer au hasard une série de valeurs sur le programme.

1. Mesurez v_φ en fonction de ϵ (pour changer la valeur de ϵ : **F10** **SHOW WHAT** **WAVE ON INTERFACE**). Vous exprimerez chaque valeur de v_φ en unité de c (pour cela déterminez λ dans le «vide»).
 2. Idem en faisant varier μ .
 3. Fixez ϵ et μ à 1. On envisage le cas d'un conducteur ohmique de conductivité σ . Augmentez la valeur de σ , que se passe-t-il ? Sur l'écran à quoi correspond l'**épaisseur de peau** « δ » introduite dans le cours ?
-

EX 1.4 *Vérification de la loi de Malus*

Disposez un filtre polaroïde sur le trajet d'une onde polarisée rectilignement (**F10** **SHOW WHAT** **WAVE + POLAROID**). «**theta**» est l'angle entre l'axe passant du polaroïde et la direction du vecteur \vec{E} incident. Vérifiez qualitativement la loi de Malus (une vérification quantitative est envisageable en mesurant l'amplitude de \vec{B}). Vous vérifierez qu'on obtient bien le résultat attendu pour **theta** = 0. et 90. (pour **theta** = 0. le logiciel «bugue», il faut donc lui fournir une valeur très proche de zéro, par exemple : 0.0001).

EX 1.5 *Utilisation d'une lame quart d'onde*

1. Disposez une lame $\lambda/4$ sur le trajet d'une onde polarisée rectilignement (**F10** **SHOW WHAT** **WAVE + WAVEPLATE**). Choisissez la valeur de «**theta**» afin d'obtenir :
 - une onde polarisée rectilignement
 - une onde polarisée circulairement
 - une onde polarisée elliptiquement
2. Disposez une lame $\lambda/4$ sur le trajet d'une onde polarisée circulairement ($s_0 = 1, s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = 1$). Quelle est l'influence de la valeur de «**theta**» sur la polarisation de l'onde après passage dans la lame ?

3 Électrostatique des milieux diélectriques

Polarisation atomique (Atomic Polarization)

Ce programme permet de simuler l'apparition d'un dipôle «atomique». Comme dans le cours, le nuage électronique est représenté par une sphère chargée uniformément, de charge totale $-Z|e|$.

EX 1.6 *Champ d'un dipôle induit*

- Fixer la valeur du champ extérieur (**EXTERNAL FIELD**, champ appliqué par l'opérateur) à la valeur 5,0.

- visualiser le champ extérieur seul (**DISPLAY**, **EXTERNAL FIELD**), puis le champ créé par le dipôle (**DISPLAY**, **SINGLE DIPOLE FIELD**) et enfin la somme des deux champs (**DISPLAY**, **COMBINED FIELD**). A l'aide de **TOOL FIELD PROBE** vérifier **quantitativement** en relevant des valeurs de \vec{E} avec la souris, que le champ dipolaire varie en $1/r^3$

Unités : l'écran représente une région de $25 \text{ \AA} \times 25 \text{ \AA}$, et le programme utilise l'angström comme unité de longueur. Les atomes sont représentés par des cercles de diamètre 5 \AA . L'unité de champ électrique est $10 \mu\text{V}/\text{\AA}$ soit 10^4 V.m^{-1} ce qui est raisonnable.

Rappels : la polarisabilité α est définie de la façon suivante :

$$\vec{p} = 4\pi\epsilon_0 R^3 \vec{E} = \alpha \vec{E}$$

on peut donc écrire :

$$\alpha = 3\epsilon_0 \times v$$

avec v le volume de la sphère.

Attention : faire varier α revient ici à faire varier R (or la taille du cercle ne change pas sur l'écran).

